

Wheatstone'sche Messbrücke

BESTIMMUNG VON OHM'SCHEN WIDERSTÄNDEN.

- Bestimmung von Ohm'schen Widerständen in einer Wheatstone'schen Messbrücke.
- Abschätzung der Messgenauigkeit.

UE3020300

03/16 UD

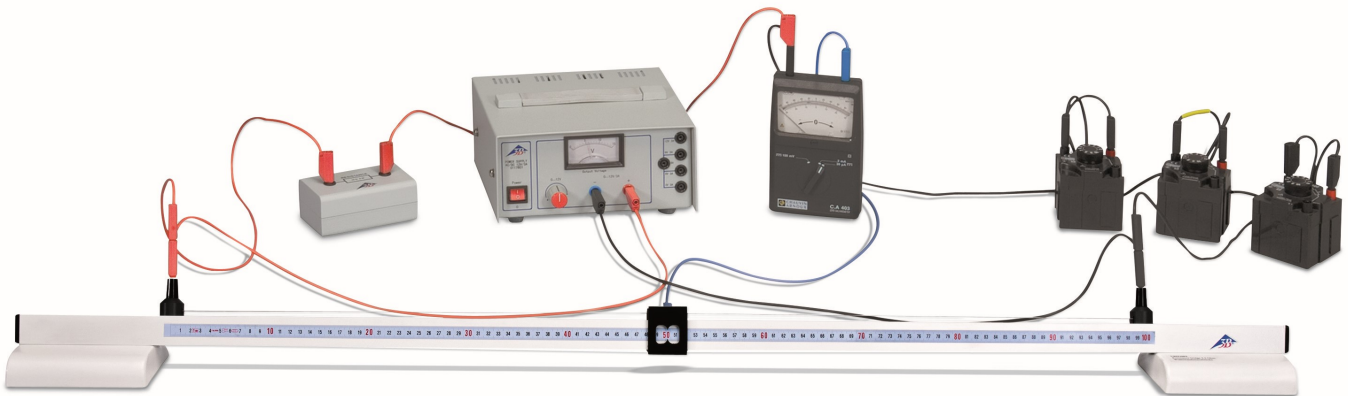


Fig. 1: Messanordnung.

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Ohm'sche Widerstände werden klassisch in einer nach *Ch. Wheatstone* benannten Abgleich-Messbrücke durch Vergleich mit einem Referenzwiderstand bestimmt. Dazu wird eine Parallelschaltung zweier Spannungsteiler aufgebaut, die an derselben Gleichspannungsquelle angeschlossen sind. Der erste Spannungsteiler besteht aus dem zu messenden Widerstand R_x und dem Referenzwiderstand R_{ref} , der zweite aus den Widerständen R_1 und R_2 , deren Summe während des Abgleichs unverändert bleibt (siehe Fig. 2).

Das Verhältnis der Widerstände R_1 und R_2 und – soweit erforderlich – auch des Referenzwiderstandes R_{ref} werden so lange verändert, bis der Querstrom I auf Null abgeglichen ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Widerstandsverhältnisse der beiden Spannungsteiler gleich sind. Aus dieser Abgleichbedingung ergibt sich der unbekannte Widerstand R_x zu

$$(1) \quad R_x = R_{ref} \cdot \frac{R_1}{R_2}.$$

Im Experiment wird der zweite Spannungsteiler aus 1 m langem Widerstandsdraht gebildet, der von einem Schleifkontakt in zwei Teilstücke der Länge s_1 und s_2 aufgeteilt wird.

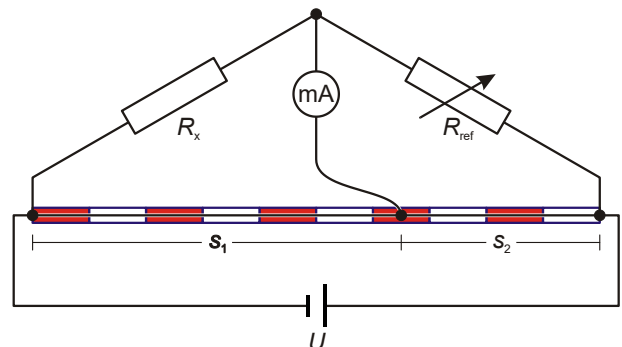


Fig. 2: Schematische Darstellung der Wheatstone'schen Messbrücke.

Da die beiden Widerstände R_1 und R_2 wegen

$$(2) R_{1,2} = \rho \cdot \frac{s_{1,2}}{A}$$

ρ : spezifischer Widerstand des Drahtmaterials
 A : Querschnittsfläche des Widerstandsdrahtes

durch die Teilstücke des Widerstandsdrahtes repräsentiert werden, wird Gleichung (1) umgeformt zu

$$(3) R_x = R_{ref} \cdot \frac{s_1}{s_2} = R_{ref} \cdot \frac{s_1}{(1m - s_1)},$$

Die Genauigkeit des Ergebnisses hängt ab von der Toleranz des Referenzwiderstands R_{ref} und den Genauigkeiten, mit denen das Verhältnis s_1/s_2 der Teilstücke bzw. der Widerstände R_1/R_2 eingestellt und der Nullabgleich der Messbrücke durchgeführt werden können.

Aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung ergibt sich für den absoluten Messfehler

$$(4) \Delta R_x = \sqrt{\left(\frac{s_1}{(1m - s_1)} \cdot \Delta R_{ref} \right)^2 + \left(R_{ref} \cdot \frac{1m \cdot \Delta s_1}{(1m - s_1)^2} \right)^2}$$

und daraus für den relativen Messfehler

$$(5) \frac{\Delta R_x}{R_x} = \sqrt{\left(\frac{\Delta R_{ref}}{R_{ref}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta s_1}{s_1} \cdot \frac{1m}{(1m - s_1)} \right)^2}$$

Der relative Messfehler $\Delta R_x/R_x$ ist für $0 m < s_1 < 1 m$, $\Delta R_{ref}/R_{ref} = 0,005$ (0,5%) und einen Ablesefehler von $\Delta s_1 = \pm 0,5$ mm, in Fig. 3 dargestellt. Er ist symmetrisch bezüglich $s_1 = 0,5$ m, hat dort ein Minimum und geht für $s_1 \rightarrow 0$ m und $s_1 \rightarrow 1$ m jeweils gegen unendlich.

Die Genauigkeit der Wheatstone'schen Messbrücke in der Ausführung als Schleifdraht-Messbrücke ist also am größten, wenn der Schleifkontakt in der Mitte bei $s_1 = s_2 = 0,5$ m positioniert ist. Nach Gleichung (3) gilt dann gerade $R_x = R_{ref}$. Der Referenzwiderstand sollte also möglichst so ausgesucht werden, dass beide Teilstücke s_1 und s_2 die gleiche Länge haben, d.h. das Verhältnis $s_1/s_2 = 1$ ist.

Die Genauigkeit des Nullabgleichs der Messbrücke wird durch die Abgleichunsicherheit beschrieben, die umgekehrt proportional zur Empfindlichkeit der Messbrücke ist, d.h. je empfindlicher die Messbrücke, desto genauer der Nullabgleich.

Die Empfindlichkeit beschreibt das Verhältnis zwischen dem Ausschlag des Nullgalvanometers und der Positionsänderung des Schleifkontakts, die den Ausschlag verursacht. Sie erhöht sich mit der Empfindlichkeit des Nullgalvanometers und der Versorgungsspannung U der Messbrücke und hängt von den Brückenwiderständen sowie dem Widerstand des Nullgalvanometers ab. Sie wird maximal, wenn sich der Schleifkontakt in der Mitte des Widerstandsdrahtes befindet. Somit ist dort nicht nur das Verhältnis s_1/s_2 optimal, sondern auch die Genauigkeit des Nullabgleichs am größten.

Da der Widerstand des Drahtes der Messbrücke nur um etwa eine Größenordnung größer ist als der Widerstand der Zuleitungen, werden für die Messungen Widerstände $R_x \geq 100 \Omega$ verwendet.

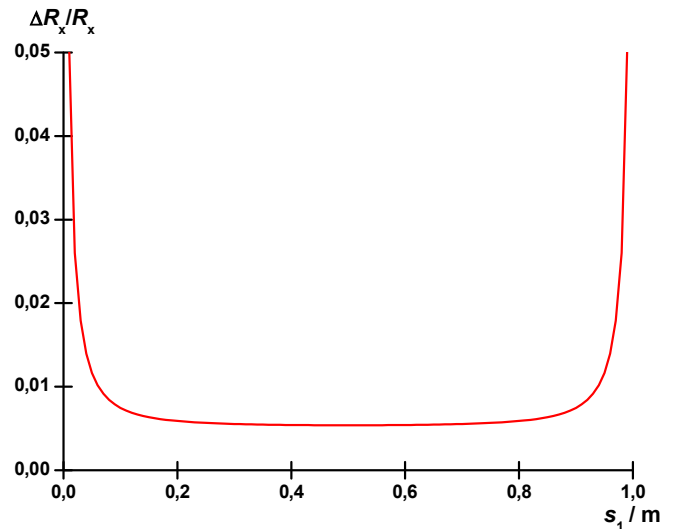


Fig. 3: Relativer Messfehler $\Delta R_x/R_x$ in Abhängigkeit von s_1 nach Gleichung (5) mit $\Delta R_{ref}/R_{ref} = 0,005$ (0,5%) und $\Delta s_1 = \pm 0,5$ mm.

GERÄTELISTE

- 1 Widerstandsmessbrücke 1009885 (U8551002)
- 1 AC/DC-Netzgerät 0...12 V/ 3 A @230V 1002776 (U117601-230)
- oder
- 1 AC/DC-Netzgerät 0...12 V/ 3 A @115V 1002775 (U117601-115)
- 1 Nullgalvanometer 1023786
- 1 Widerstandsdekade 100 Ω 1002732 (U11182)
- 1 Widerstandsdekade 1 k Ω 1002733 (U11180)
- 1 Widerstandsdekade 10 k Ω 1002734 (U11181)
- 1 Präzisionswiderstand 100 Ω 1009886 (U51004)
- 1 Präzisionswiderstand 1 k Ω 1009887 (U51005)
- 1 Satz 15 Sicherheitsexperimentierkabel 75 cm 1002843 (U138021)

AUFBAU UND DURCHFÜHRUNG

Sicherheitshinweise:

- Maximal zulässige Spannung von 8 V und maximal zulässigen Strom von 1,5 A nicht überschreiten.
- Stromzufuhr unterbrechen, wenn das Nullgalvanometer übersteuert ist.
- Experiment wie in Fig. 1 gezeigt aufbauen. Dazu die rechte, schwarze Anschlussbuchse der Widerstandsmessbrücke einmal mit dem Minuspol des Netzgerätes und einmal über die in Reihe geschalteten Widerstandsdekaden mit der Buchse „COM“ des Nullgalvanometers verbinden. Die linke, rote Anschlussbuchse der Widerstandsmessbrücke einmal mit dem Pluspol des Netzgerätes und einmal über den Präzisionswiderstand 100 Ω bzw. 1 kΩ mit der Buchse „COM“ des Nullgalvanometers verbinden. Die zweite Buchse des Nullgalvanometers mit dem Schleifkontakt der Widerstandsmessbrücke verbinden. Netzgerät noch nicht einschalten.
- Am Nullgalvanometer den Messbereich 50 μA auswählen und die Nullzeigerstellung überprüfen. Ggf. einen Nullabgleich durch Drehen der Einstellschraube auf der Frontplatte durchführen.

Die Präzisionswiderstände dienen als zu messende Widerstände R_x , die Widerstandsdekaden dienen der Einstellung unterschiedlicher, fester Referenzwiderstände R_{ref} .

Der Widerstand $R_x = 100 \Omega$ wird für Referenzwiderstände $R_{ref} = 10 \Omega, 50 \Omega, 100 \Omega, 500 \Omega$ und $1 \text{ k}\Omega$ gemessen (Tab. 1), der Widerstand $R_x = 1 \text{ k}\Omega$ für $R_{ref} = 100 \Omega, 500 \Omega, 1 \text{ k}\Omega, 5 \text{ k}\Omega$ und $10 \text{ k}\Omega$ (Tab. 2). Die Vorgehensweise wird im Folgenden beschrieben.

Zu Beginn einer Messreihe:

- Am Nullgalvanometer den Messbereich 5 mA auswählen.
- Den kleinsten Referenzwiderstand einstellen.
- Den Schleifkontakt bei $s_1 \approx 90 \text{ cm}$ positionieren.
- Netzgerät einschalten und eine Spannung von 5 V einstellen.

Aufnahme der Messwerte:

- Den Schleifkontakt auf die Position bewegen, bei der das Nullgalvanometer keinen Querstrom mehr anzeigt (Nullabgleich der Widerstandsmessbrücke).
- Am Nullgalvanometer den Messbereich 50 μA auswählen und den Nullabgleich so genau wie möglich durchführen.
- Die Länge s_1 des ersten Teilstücks mit Hilfe des Zeigers am Schleifkontakt auf der Skala der Schiene ablesen und in die Tab. 1 bzw. 2 eintragen.
- Am Nullgalvanometer den Messbereich 5 mA auswählen.
- Schrittweise den nächsthöheren Referenzwiderstand einstellen und die Widerstandsmessbrücke erneut auf Null abgleichen wie oben beschrieben. Bei jedem Schritt darauf achten, dass das Nullgalvanometer nicht übersteuert wird. Ggf. den Schleifkontakt grob nachführen.

MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

Tab. 1: Messung des Widerstandes $R_x = 100 \Omega$. Eingestellte Referenzwiderstände R_{ref} , gemessene Längen s_1 und daraus bestimmte Werte des Widerstandes mit Messfehlern nach Gleichung (4).

$R_x \pm \Delta R_x / \Omega$ Nennwert	$R_{ref} \pm \Delta R_{ref} / \Omega$	$s_1 \pm \Delta s_1 / \text{cm}$	$R_x \pm \Delta R_x / \Omega$ Ergebnis
100±1	10,00±0,05	91,00±0,05	101,1±0,8
	50,00±0,25	66,80±0,05	100,6±0,6
	100,0±0,5	50,10±0,05	100,4±0,5
	500,0±2,5	16,80±0,05	101,0±0,6
	1000±5	9,15±0,05	100,7±0,8

Tab. 2: Messung des Widerstandes $R_x = 1 \text{ k}\Omega$. Eingestellte Referenzwiderstände R_{ref} , gemessene Längen s_1 und daraus bestimmte Werte des Widerstandes mit Messfehlern nach Gleichung (4).

$R_x \pm \Delta R_x / \Omega$ Nennwert	$R_{ref} \pm \Delta R_{ref} / \Omega$	$s_1 \pm \Delta s_1 / \text{cm}$	$R_x \pm \Delta R_x / \Omega$ Ergebnis
1000±10	100,0±0,5	91,00±0,05	1011±8
	500,0±2,5	66,75±0,05	1004±6
	1000±5	50,05±0,05	1002±5
	5000±25	16,75±0,05	1006±6
	10000±50	9,15±0,05	1007±8

- Aus den gemessenen Längen s_1 (Tab. 1, Tab. 2) mit Hilfe von Gleichung (3) die Werte R_x bei den verschiedenen Referenzwiderständen R_{ref} und mit Hilfe von Gleichung (4) die Messfehler ΔR_x berechnen und jeweils in die Tab. 1 eintragen.
- Anhand der Messfehler die aus der Messung bestimmten Werte für R_x für die verschiedenen Referenzwiderstände R_{ref} bzw. Längen s_1 jeweils mit den Nennwerten vergleichen.

Fazit:

Die gemessenen Werte stimmen im Rahmen der Messfehler für alle Referenzwiderstände bzw. Positionen des Schleifkontakts sehr gut mit dem Nennwert überein. Der Messfehler ist allerdings in der Mitte des Widerstandsdrahtes bei $s_1 = s_2 = 50 \text{ cm}$ am kleinsten und variiert im Bereich $10 \text{ cm} \leq s_1 \leq 90 \text{ cm}$ nicht signifikant (vgl. Fig. 3).

WEITERE MESSMETHODEN

Nullabgleich durch Anpassung des Referenzwiderstandes:

- Den Schleifkontakt in der Mitte des Widerstandsdrahtes bei $s_1 = s_2 = 50$ cm positionieren.
- An den Widerstandsdekaden einen Referenzwiderstand so einstellen, dass der Zeigerausschlag am Nullgalvanometer so nahe wie möglich bei der Nullposition liegt.
- Den Schleifkontakt auf die Position bewegen, bei der sich der Zeiger des Nullgalvanometers genau auf der Nullposition befindet, und daraus den zu messenden Widerstand bestimmen.

Fester Referenzwiderstand für verschiedene zu messende Widerstände:

- Präzisionswiderstände und Widerstandsdekaden vertauschen, so dass die Präzisionswiderstände als feste Referenzwiderstände R_{ref} dienen und die Widerstandsdekaden der Einstellung unterschiedlicher zu messender Widerstände R_x .