

## Equazioni delle lenti

### Determinazione della distanza focale di una lente secondo il metodo di Bessel

- Determinazione delle due posizioni di una lente sottile che forniscono un'immagine nitida.
- Determinazione della distanza focale di una lente sottile.

UE4010100

07/16 JöS



Fig. 1 Disposizione per la misurazione

### BASI GENERALI

La distanza focale  $f$  di una lente indica la distanza tra il piano principale della lente e il punto focale, vedere fig. 2. È possibile definirla conformemente al metodo Bessel (da Friedrich Wilhelm Bessel). Per questo vengono misurate le diverse distanze tra gli elementi del banco ottico.

In base alle fig. 2 e 3 si riconosce che per una lente sottile deve valere il rapporto geometrico

$$(1) \quad a = b + g$$

$a$ : Distanza tra l'oggetto  $G$  e l'immagine  $B$

$b$ : Distanza tra la lente e l'immagine  $B$

$g$ : Distanza tra l'oggetto  $G$  e la lente.

Uso di  $b = a - g$  nell'equazione delle lenti

$$(2) \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

$f$ : Distanza focale della lente

si ottiene:

$$(3) \quad \frac{1}{f} = \frac{a}{a \cdot g - g^2}$$

Ciò corrisponde a un'equazione quadratica  $g^2 - a \cdot g + a \cdot f = 0$  con soluzioni

$$(4) \quad g_{1,2} = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - a \cdot f}$$

Per entrambe le distanze dell'oggetto  $g_1$  e  $g_2$  si ha per  $a > 4f$  un'immagine nitida. Dalla loro differenza è possibile definire la distanza focale della lente:

$$(5) \quad e = g_1 - g_2 = \sqrt{a^2 - 4af}$$

La differenza  $e$  è la distanza tra entrambe le posizioni delle lenti P1 e P2 che rendono un'immagine nitida.

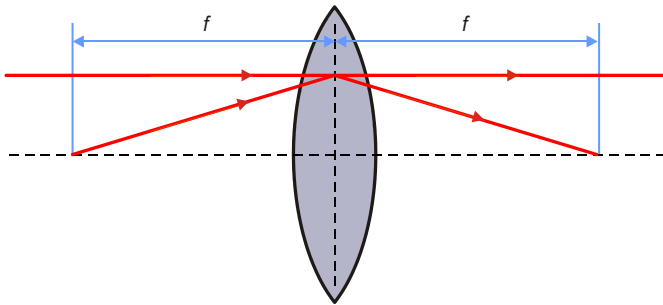


Fig. 2 Rappresentazione schematica per la definizione della distanza focale di una lente sottile

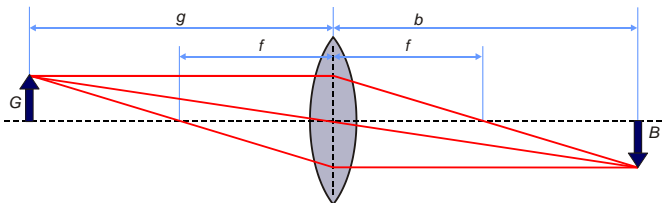


Fig. 3 Cammino ottico schematico attraverso una lente

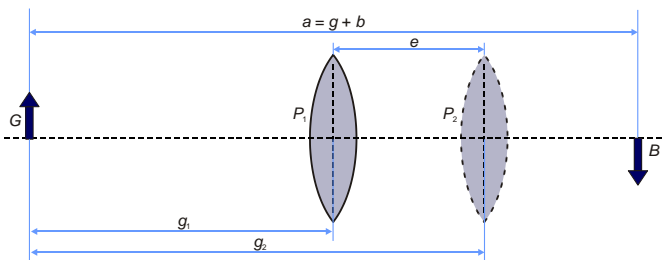


Fig. 4 Disposizione schematica di due posizioni di lenti che producono un'immagine nitida sullo schermo

## ELENCO DEGLI STRUMENTI

|   |                                  |                        |
|---|----------------------------------|------------------------|
| 1 | Banco ottico K, 1000 mm          | 1009696 (U8475240)     |
| 4 | Cavaliere ottico K               | 1000862 (U8475350)     |
| 1 | Lampada ottica K                 | 1000863 (U8475400)     |
| 1 | Trasformatore 12 V, 25 VA @230V  | 1000866 (U8475470-230) |
| 0 |                                  |                        |
| 1 | Trasformatore 12 V, 25 VA @115V  | 1000865 (U8475470-115) |
| 1 | Lente colletttrice K, f = 50 mm  | 1000869 (U8475901)     |
| 1 | Lente colletttrice K, f = 100 mm | 1010300 (U8475911)     |
| 1 | Supporto di fissaggio K          | 1008518 (U84755401)    |
| 1 | Set di 4 oggetti per immagine    | 1000886 (U8476605)     |
| 1 | Schermo di proiezione K, bianco  | 1000879 (U8476320)     |

## MONTAGGIO ED ESECUZIONE

- Sistemare e fissare i quattro cavalieri ottici sulle posizioni 5 cm, 4 cm, 50 cm e 89,5 cm (bordo di sinistra) sul banco ottico. Come mostrato in Fig. 1, inserire in sequenza la lampada ottica nel primo cavaliere ottico, la lente convessa  $f = 50$  mm e il supporto di fissaggio nel secondo e lo schermo nel quarto. Il terzo cavaliere ottico rimane inizialmente libero.
- Collegare la lampada ottica al trasformatore 12 V e accenderla.
- Spostare il secondo cavaliere ottico di modo che sullo schermo si veda un'immagine nitida della spirale incandescente della lampada ottica.
- Inserire nel supporto di fissaggio il diaframma F o la diapo del set di 4 oggetti per immagine. Assicurare un'illuminazione uniforme.
- Inserire nel terzo cavaliere ottico la lente convessa  $f = 100$  mm.
- Spostare gradualmente la lente convessa  $f = 100$  mm e trovare le due posizioni che permettono di ottenere un'immagine nitida sullo schermo.
- Rilevare la distanza  $a$  tra oggetto e immagine come differenza tra la posizione dell'oggetto di proiezione e quella dello schermo sulla scala del banco ottico e annotarla in Tab. 1.
- Rilevare le distanze dell'oggetto  $g_1$  e  $g_2$  come differenze tra le due posizioni della lente convessa  $f = 100$  mm e quella dell'oggetto di proiezione sulla scala del banco ottico e annotarle in Tab. 1.
- Eseguire la misurazione variando la posizione dello schermo per altre distanze  $a$ . Rispettare la condizioni  $a > 4f$  ( $f = 100$  mm) e correggere innanzitutto la posizione del secondo cavaliere ottico con la lente convessa  $f = 50$  mm in modo tale che sullo schermo si veda nuovamente un'immagine nitida della spirale incandescente della lampada ottica.

## ESEMPIO DI MISURAZIONE ED ANALISI

Tab. 1: Distanze dell'oggetto misurate  $g_1$  e  $g_2$ , relativa differenza  $e$  e distanza focale calcolata  $f$  per diverse distanze  $a$  tra schermo e oggetto di proiezione.

| $a / \text{mm}$ | $g_1 / \text{mm}$ | $g_2 / \text{mm}$ | $e / \text{mm}$ | $f / \text{mm}$ |
|-----------------|-------------------|-------------------|-----------------|-----------------|
| 826             | 714               | 118               | 596             | 99              |
| 724             | 605               | 124               | 481             | 101             |
| 674             | 556               | 130               | 426             | 101             |
| 613             | 487               | 138               | 349             | 104             |
| 522             | 394               | 134               | 260             | 98              |

Dall'equazione (5) emerge la formula per la distanza focale della lente sottile

$$(6) \quad f = \frac{a^2 - e^2}{4a}$$

secondo il metodo di Bessel.

- Calcolare le distanze focali  $f$  partendo dalle distanze  $a$  e dalle differenze  $e$  (Tab. 1) in base all'equazione (6) e registrare in Tab. 1.
- Calcolare il valore medio di tutte le distanze focali:

$$(7) \quad \bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i}{5}$$

Si ottiene  $f = 101 \text{ mm}$ , in perfetto accordo con il valore nominale  $f = 100 \text{ mm}$ .

Presumendo una precisione di 1 mm per il posizionamento dei componenti ottici e il rilevamento delle posizioni sulla scala del banco ottico, l'incertezza di misura relativa di una singola misura ammonta circa all'1%.