

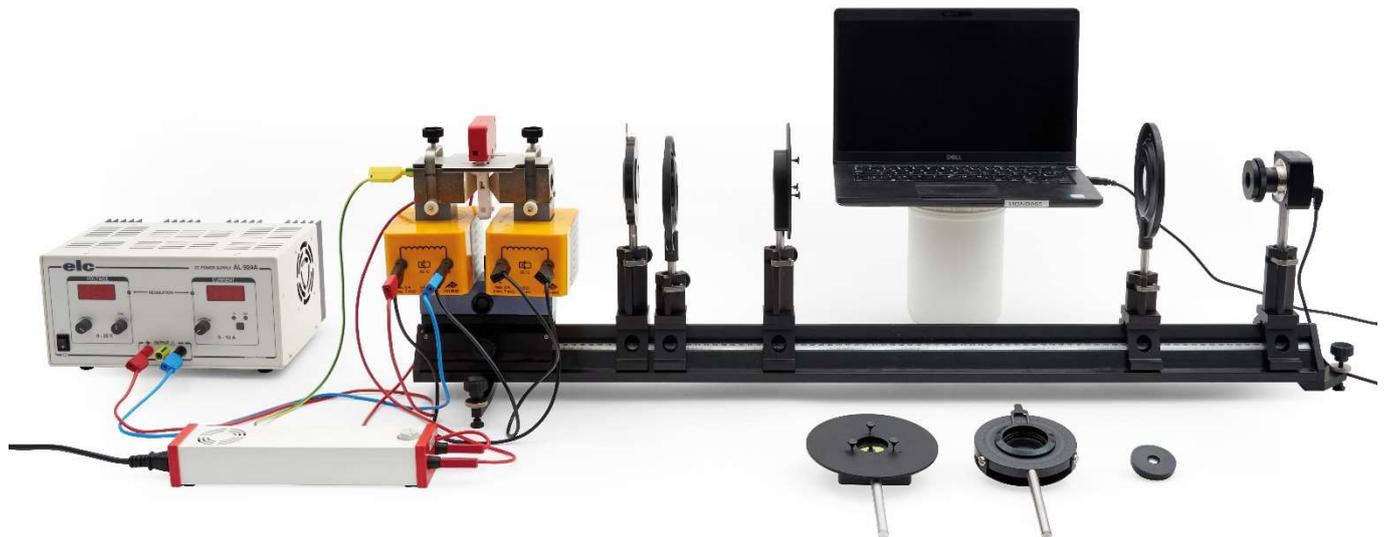
Normaler und anomaler Zeeman-Effekt, Hyperfeinstruktur, Fabry-Pérot-Interferometer und Bohrsches Magneton

UNTERSUCHUNG DES NORMALEN UND ANOMALEN ZEEMAN-EFFEKTS IN LONGITUDINALER UND TRANSVERSALER KONFIGURATION, BEOBACHTUNG DER HYPERFEINSTRUKTUR, SPEKTROSKOPIE MIT EINEM FABRY-PÉROT-ETALON UND BESTIMMUNG DES BOHRSCHEN MAGNETONS

- Beobachtung der Dublett- und Triplet-Aufspaltung der roten Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld
- Untersuchung der Polarisation der Dublett- und Triplet-Komponenten
- Beobachtung der Hyperfeinstruktur
- Beobachtung der Quartett- und Sextett-Aufspaltung der türkisen Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld
- Untersuchung der Polarisation der Quartett- und Sextett-Komponenten
- Experimentelle Einführung in das Fabry-Pérot-Interferometer am Beispiel des normalen Zeeman-Effekts
- Ausmessen der Interferenzringe des Fabry-Pérot Etalons in Abhängigkeit des äußeren Magnetfeldes
- Bestimmung des Bohrschen Magneton

UE5020800

09/24 TL/UD



Normaler Zeeman-Effekt

UNTERSUCHUNG DES NORMALEN ZEEMAN-EFFEKTS IN LONGITUDINALER UND TRANSVERSALER KONFIGURATION

- Beobachtung der Dublett- und Triplet-Aufspaltung der roten Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld.
- Untersuchung der Polarisation der Dublett- und Triplet-Komponenten.

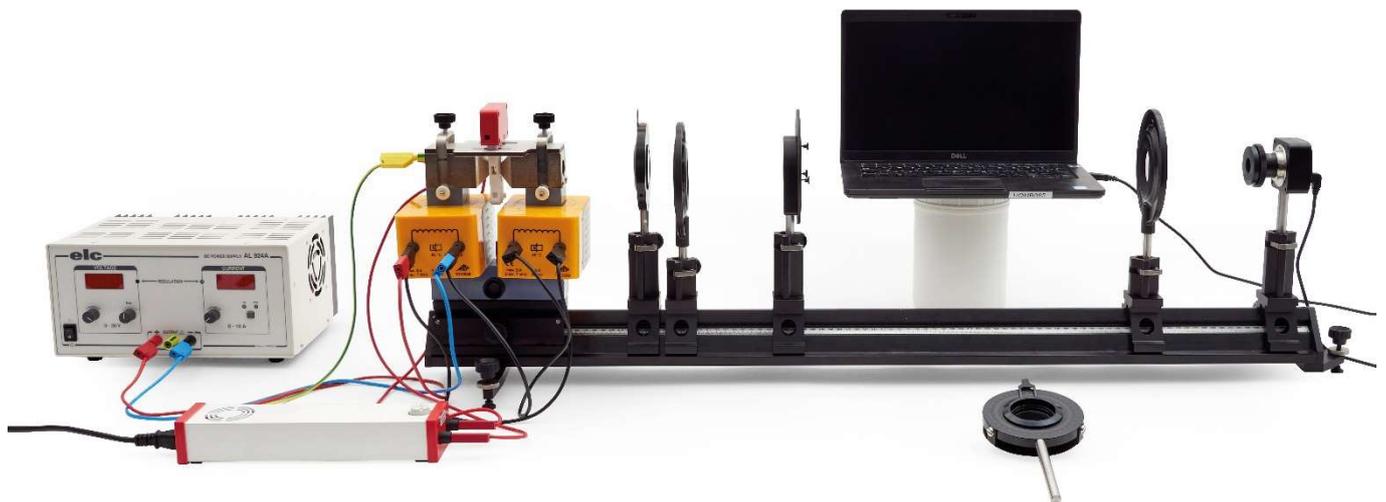


Fig. 1: Experimenteller Aufbau für den normalen Zeeman-Effekt in longitudinaler Konfiguration

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Der Zeeman-Effekt bezeichnet die Aufspaltung von atomaren Energieniveaus bzw. Spektrallinien unter Einwirkung eines äußeren Magnetfeldes. Er wurde 1896 von seinem Namensgeber Pieter Zeeman als Verbreiterung der Natrium D-Linien entdeckt und von Hendrik Antoon Lorentz klassisch mit Hilfe der Lorentzkraft erklärt, die das Magnetfeld auf die Elektronen in der Atomhülle ausübt. Bei diesem so genannten normalen Zeeman-Effekt, wie er z.B. für die rote Cadmium-Linie ($\lambda = 643,8 \text{ nm}$) vorliegt, wird parallel zum Magnetfeld (longitudinal) eine zweifache Aufspaltung in ein Liniendublett und senkrecht zum Magnetfeld (transversal) eine dreifache Aufspaltung in ein Linientriplett beobachtet. Als anomaler Zeeman-Effekt werden komplexere Aufspaltungen bezeichnet, die erst mit Hilfe der von Goudsmit und Uhlenbeck 1925 postulierten Existenz des Elektronenspins erklärt werden konnten. Quantenmechanisch beruht der anomale Zeeman-Effekt auf der Wechselwirkung des Magnetfelds mit dem von Bahndrehimpuls und Spin der Elektronen erzeugten magnetischen

Moment der Elektronenhülle. In dieser Hinsicht stellt der anomale Zeeman-Effekt den Normalfall dar, der normale Zeeman-Effekt einen Spezialfall.

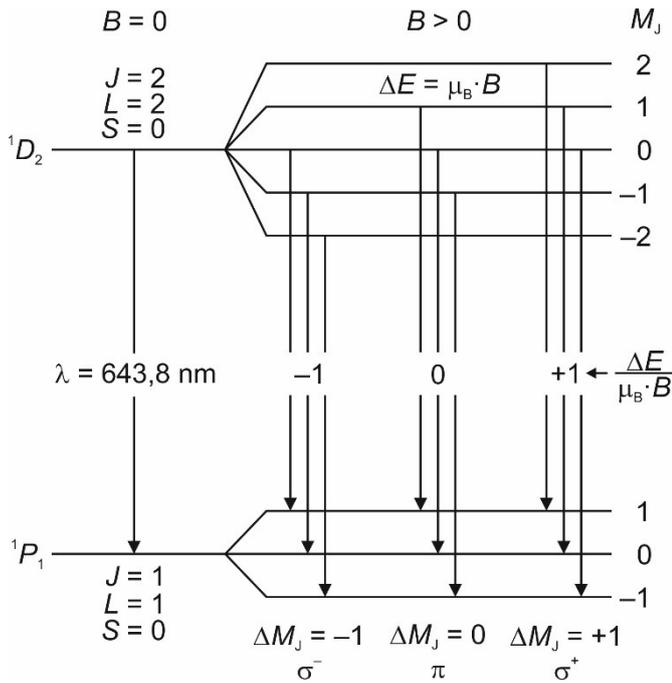


Fig. 2: Normaler Zeeman-Effekt an der roten Cadmium-Spektallinie. Aufspaltung der Energieniveaus und nach den Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung erlaubte Übergänge

Der normale Zeeman-Effekt tritt nur für Übergänge zwischen atomaren Zuständen auf, deren Gesamtspin sich zu $S = 0$ addiert. Die rote Cd-Linie entspricht dem Übergang $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ mit der Wellenlänge $\lambda = 643,8 \text{ nm}$ (Fig. 2). Da beide Niveaus einen Gesamtspin mit der Quantenzahl $S = 0$ besitzen, kann der normale Zeeman-Effekt hier beobachtet werden. Der Gesamtdrehimpuls $J = L + S$ entspricht dann dem gesamten Bahndrehimpuls, d.h. $J = L$. Er erzeugt ein magnetisches Moment

$$(1) \mu = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J$$

mit dem Bohrschen Magneton

$$(2) \mu_B = \frac{e}{2 \cdot m_e} \cdot \hbar = 9,274 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

e : Elementarladung

m_e : Masse des Elektrons

$\hbar = h/2\pi$: reduzierte Planck-Konstante

In einem äußeren Magnetfeld

$$(3) \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$$

ist mit dem magnetischen Moment die Energie

$$(4) E = \mu \cdot \mathbf{B} = \mu_z \cdot B$$

verbunden. Aufgrund der Richtungsquantelung kann die Komponente J_z des Gesamtdrehimpulses parallel zum Magnetfeld nur die Werte

$$(5) J_z = M_J \cdot \hbar \text{ mit } M_J = -J, -(J-1), \dots, (J-1), J$$

J : Gesamtdrehimpuls-Quantenzahl

annehmen. Das Energieniveau zur Gesamtdrehimpulsquantenzahl J spaltet also in $2J+1$ äquidistante Komponenten auf, die sich in der magnetischen Quantenzahl M_J unterscheiden (Fig. 2). Mit Gl. (1) folgt

$$(6) \mu_z = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z,$$

damit nach Gl. (4)

$$(7) E = \mu_z \cdot B = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z \cdot B$$

und schließlich mit Gl. (5):

$$(8) E = \mu_B \cdot M_J \cdot B.$$

Der Energieabstand zweier Niveaus mit Energien E_1 und E_2 ($E_1 > E_2$) ergibt sich also zu:

$$(9) \Delta E = E_1 - E_2 = (M_{J,1} - M_{J,2}) \cdot \mu_B \cdot B = \Delta M_J \cdot \mu_B \cdot B.$$

Nach Gl. (5) wird das Niveau 1D_2 in fünf und das Niveau 1P_1 in drei Komponenten aufgespalten, jeweils mit dem durch Gl. (9) gegebenen äquidistanten Energieabstand.

Nach den Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung sind zwischen diesen Niveaus Übergänge erlaubt mit

$$(10) \Delta M_J = \begin{cases} +1 & (\text{rechts zirkular polarisiertes Licht, } \sigma^+) \\ 0 & (\text{linear polarisiertes Licht, } \pi) \\ -1 & (\text{links zirkular polarisiertes Licht, } \sigma^-) \end{cases}$$

wobei das emittierte Licht wie oben angegeben polarisiert ist. Da von den neun theoretisch möglichen Übergängen jeweils drei energetisch zusammenfallen, können insgesamt also drei Spektrallinien beobachtet werden (Fig. 2), eine unverschobene π -Komponente und gemäß $E = \hbar \cdot \omega$ zwei um

$$(11) \Delta \lambda = -\frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi \cdot \hbar \cdot c} \cdot \Delta E$$

c : Vakuum-Lichtgeschwindigkeit

verschobene σ -Komponenten mit einer entsprechend höheren bzw. niedrigeren Wellenlänge. Aus Gleichung (11) ergibt sich durch Einsetzen der Gleichungen (9) und (2) für die im Experiment eingestellte Flussdichte $B = 334 \text{ mT}$ eine Verschiebung um $|\Delta \lambda| = 0,0065 \text{ nm}$.

Die räumliche Verteilung des emittierten Lichts ist für die π - und die beiden σ -Komponenten unterschiedlich. Der Fall $\Delta M_J = 0$ entspricht klassisch einem parallel zum Magnetfeld schwingenden Hertz'schen Dipol. Dementsprechend wird senkrecht zum Magnetfeld (transversal) linear polarisiertes Licht abgestrahlt, parallel zum Magnetfeld (longitudinal) kein Licht (Fig. 3). Die Fälle $\Delta M_J = \pm 1$ entsprechen jeweils zwei zueinander mit einer Phasendifferenz von 90° senkrecht schwingenden Dipolen. Dementsprechend wird sowohl parallel als auch senkrecht zum Magnetfeld Licht abgestrahlt, das parallel zum Magnetfeld zirkular polarisiert ist, und zwar links zirkular polarisiert für $\Delta M_J = -1$ und rechts zirkular polarisiert für $\Delta M_J = +1$.

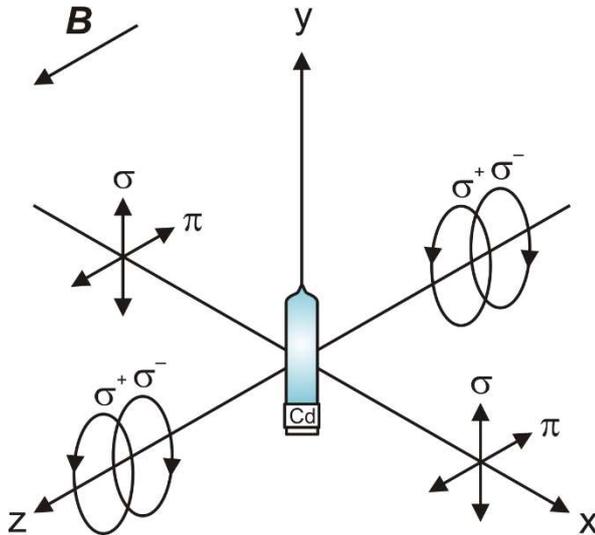


Fig. 3: Polarisation der elektrischen Dipolstrahlung in Abhängigkeit von der Ausbreitungsrichtung

Für die Analyse der Lichtpolarisation wird bei Beobachtung in longitudinaler Richtung also ein Viertelwellenlängenfilter mit nachgeschaltetem Polarisationsfilter benötigt, da die Beobachtung senkrecht zur Polarisationssebene der σ -Komponenten erfolgt (Fig. 3). Der Viertelwellenlängenfilter wandelt das zirkular polarisierte Licht in linear polarisiertes um, das dann mit Hilfe des Polarisationsfilters analysiert werden kann. Bei Einstellung des Viertelwellenlängenfilters auf -45° wird entsprechend die σ^+ -Komponente umgewandelt und kann beobachtet werden, während die σ^- -Komponente verschwindet. Bei Einstellung des Viertelwellenlängenfilters auf $+45^\circ$ verhält es sich genau umgekehrt. Für die Beobachtung in transversaler Richtung wird nur ein Polarisationsfilter benötigt, da die Beobachtung parallel zur Polarisationssebene der σ -Komponenten erfolgt und diese linear polarisiert erscheinen (Fig. 3). Die π -Komponente ist stets linear polarisiert. Bei Einstellung des Polarisationsfilters auf 0° können entsprechend die σ -Komponenten beobachtet werden, während die π -Komponente verschwindet. Bei Einstellung des Polarisationsfilters auf 90° verhält es sich genau umgekehrt.

Im Experiment erfolgt die Beobachtung der Aufspaltung mit Hilfe einer Digitalkamera, der ein Fabry-Pérot-Etalon und eine Abbildungsoptik vorgeschaltet sind. Das Fabry-Pérot-Etalon ist so ausgelegt, dass es die Resonanzbedingung für die spezifische Wellenlänge 643,8 nm der roten Cd-Linie erfüllt. Beim Durchgang des Lichts der Cadmium-Lampe durch das Fabry-Pérot-Etalon entstehen Interferenzringe, die wie die Spektrallinie in Abhängigkeit des äußeren Magnetfelds aufspalten und durch die Optik auf den Kamerasensor abgebildet werden. Die Beobachtung parallel oder senkrecht zum äußeren Magnetfeld wird durch einen drehbar gelagerten Elektromagneten ermöglicht. Die Aufspaltung wird qualitativ beobachtet und die Polarisation der Dublett- und Triplett-Komponenten mit Hilfe eines Viertelwellenlängenfilters mit Polarisationsaufsatz und eines Polarisationsfilters untersucht.

GERÄTELISTE

1 Cd-Lampe mit Zubehör @230 V	1021366
oder	
1 Cd-Lampe mit Zubehör @115 V	1021747
1 Fabry-Pérot-Etalon 644 nm	1020903
1 DC-Netzgerät, längsgeregelt, 1 – 30V, 0 – 10A @230V	1025380
oder	
1 DC-Netzgerät, 0 – 20 V, 0 – 5 A @115 V	1003311
1 U-Kern D	1000979
2 Spule D, 900 Windungen	1012859
1 Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt	1021365
1 Mikroskopkamera BRESSER MikroCam SP 3.1	1024060
1 Linse 12 mm für Bresser Mikroskopkamera	1024059
1 Stativstange mit ¼ Zoll Gewinde, 100 mm	1025431
1 Roter Farbfilter in Fassung	1025376
2 Sammellinse auf Stiel f = 100 mm	1003023
1 Viertelwellenlängenfilter auf Stiel	1021353
1 Polarisationsaufsatz	1021364
1 Polarisationsfilter auf Stiel	1008668
1 Optische Bank D, 100 cm	1002628
1 Füße für optische Bank D, Satz	1012399
1 Optikfuß D	1009733
3 Optikreiter D, 90/36	1012401
2 Optikreiter D, 60/36	1002639
1 Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot, blau, (2 Stk.)	1017718
1 Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, schwarz, (2 Stk.)	1002849

SICHERHEITSHINWEISE

- Vor dem Aufbau des Experiments die Bedienungsanleitungen der Geräte und insbesondere die darin formulierten Sicherheitshinweise lesen und beachten.
- Die Cd-Lampe vor mechanischen Stößen schützen. Den Glaskolben der Cd-Lampe nicht mit bloßen Händen berühren.
- Die Cd-Lampe nur mit dem mitgelieferten Vorschaltgerät betreiben. Vor Inbetriebnahme der auf dem Elektromagnet montierten Cd-Lampe unbedingt die Schutzerdung herstellen. Dazu die PE-Buchsen an Vorschaltgerät und Polschuh des Elektromagnet-Zubehörs für Zeeman-Effekt (1021365) mit Hilfe des mitgelieferten gelb-grünen Sicherheitsexperimentierkabels (Schutzleiter) miteinander verbinden.
- Vor Inbetriebnahme des Elektromagneten die korrekte Lage der Polschuhe sicherstellen, wie in der Bedienungsanleitung zum Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt (1021365) beschrieben.

Die maximale Stromstärke durch die Spulen D mit 900 Windungen beträgt 5 A (7 Minuten). Sie kann kurzfristig (30 Sekunden) auf das Doppelte angehoben werden. Die Spulen verfügen über eine interne reversible Temperatursicherung, die bei einer Wicklungstemperatur von 85 °C auslöst. Die Rückstellzeit beträgt 10-20 Minuten, je nach Umgebungstemperatur.

- Die Messung entsprechend zügig durchführen, so dass ein Auslösen der Temperatursicherung durch zu langes Fließen hoher Ströme vermieden wird.
- Die Spulen nicht ohne Trafokern betreiben.

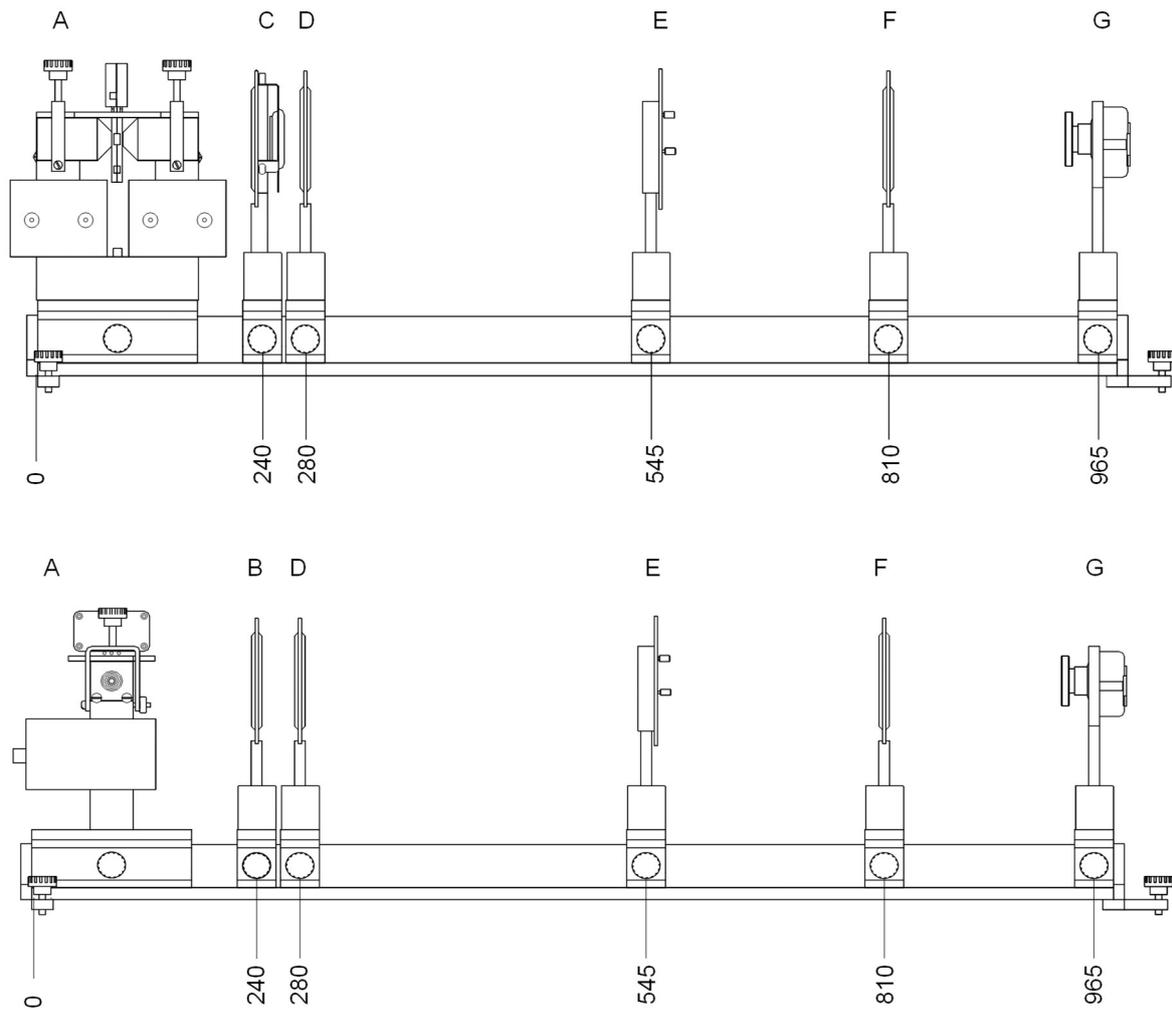


Fig. 4: Experimenteller Aufbau für den normalen Zeeman-Effekt in longitudinaler (oben) und transversaler (unten) Konfiguration. A: Elektromagnet mit Cd-Lampe, B: Polarisationsfilter, C: Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz, D: Sammellinse $f = 100$ mm (Kondensorlinse), E: Fabry-Pérot-Etalon, F: Sammellinse $f = 100$ mm (Abbildungslinse), G: Kamera mit 12-mm-Linse. Genaue Positionierung der Komponenten siehe Text.

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Software der Kamera ist auf dem Mess-Computer zu installieren.

Es empfiehlt sich, das Experiment in einem dunklen Raum durchzuführen, um Streulicht aus der Umgebung zu minimieren sowie optimale Belichtung und optimalen Kontrast des Livebildes der Kamera zu erzielen.

Aufgrund der Temperaturempfindlichkeit von Fabry-Pérot-Etalons kann das Zentrum der Interferenzringe je nach Umgebungstemperatur unterschiedlich aussehen und dementsprechend von den Bildschirmfotos in dieser Anleitung abweichen.

AUFBAU

Montage des Elektromagneten und der Cd-Lampe

- Den Satz Füße für optische Bank (1012399) montieren, den langen Fuß auf der linken Seite der optischen Bank, den kurzen auf der rechten (Skala vorne). Die optische Bank an einem ebenen Experimentierplatz aufstellen.

- Den Optikfuß (1009733) so auf der optischen Bank positionieren und fixieren, dass er linksbündig mit der Stirnplatte abschließt (Fig. 4).
- Den Elektromagneten in longitudinaler Konfiguration (Fig. 4 oben) auf dem Optikfuß zusammenbauen wie in der Bedienungsanleitung zum Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt (1021365) beschrieben.
- Die Cadmium-Lampe wie in der Bedienungsanleitung zur Cd-Lampe mit Zubehör (1021366 / 1021747) beschrieben auf den Elektromagneten montieren.
- Die PE-Buchsen am Vorschaltgerät der Cd-Lampe und am Polschuh des Elektromagneten mit Hilfe des mitgelieferten gelb-grünen Sicherheitsexperimentierkabels (Schutzleiter) miteinander verbinden.
- Die Cd-Lampe mit Hilfe der 4-mm-Sicherheitsexperimentierkabel an das Vorschaltgerät anschließen. Das Vorschaltgerät mit Hilfe des Netzkabels an das Stromnetz anschließen. Das Vorschaltgerät noch nicht einschalten.

- Den Abgriff "0" der linken Spule mit dem Abgriff "900" der rechten Spule und den Abgriff "0" der rechten Spule mit dem Abgriff "900" der linken Spule verbinden. Anschließend den Abgriff "0" der linken Spule mit dem Ausgang "-" des DC-Netzgerätes und den Abgriff "900" der linken Spule mit dem Ausgang "+" des DC-Netzgerätes verbinden (Fig. 1). Das DC-Netzgerät mit Hilfe des Netzkabels an das Stromnetz anschließen. Das DC-Netzgerät noch nicht einschalten.
- Die optimale Belichtungszeit manuell wählen. Nicht den Weißabgleich anwenden, weil sonst die Wirkung des Rotfilters kompensiert wird.
- Ggf. durch Drehen an der 12-mm-Linse die Schärfe optimieren.
- Ggf. die Kamera im Optikreiter etwas nach oben oder unten schieben, so dass das Bild zentriert ist.

Montage der Kamera und der Optiken

- Die Stativstange (1025431) in das 1/4"-Stativgewinde auf der Unterseite der Kamera schrauben.
- Die 12-mm-Linse (1024059) in das C-Mount-Gewinde an der Vorderseite der Kamera schrauben.
- Den roten Farbfilter (1025376) auf die 12-mm-Linse schrauben.
- Den Polarisationsaufsatz (1021364) wie in der Bedienungsanleitung beschrieben auf den Viertelwellenlängenfilter (1021353) montieren.

Der Polarisationsfilter auf Stiel (1008668), die beiden Sammellinsen auf Stiel, $f = 100$ mm (1003023) und das Fabry-Pérot-Etalon (1020903) bedürfen keiner weiteren Montage.

Inbetriebnahme des Experiments und Justage

- Das Vorschaltgerät der Cd-Lampe einschalten und ca. 5 Minuten warten.

Nach einer Aufwärmzeit von ca. 5 Minuten hat die Cd-Lampe 90% ihrer Lichtleistung erreicht.

- Einen langen Optikreiter (1012401) für die Kamera so auf der optischen Bank positionieren und fixieren, dass er rechtsbündig mit der Stirnplatte abschließt. Die Kamera bis zum Anschlag in den optischen Reiter einführen, anschließend um ca. 2 cm nach oben schieben und fixieren.
- Die 12-mm-Linse mittig stellen, so dass sie in beide Drehrichtungen ausreichend Spielraum hat.
- Einen kurzen Optikreiter (1002639) für die Abbildungslinse (Sammellinse $f = 100$ mm, 1003023) bei 810 mm positionieren und fixieren. Die Abbildungslinse bis zum Anschlag in den Optikreiter einführen und fixieren.
- Den Computer starten und die Kamera mit Hilfe des USB-Kabels an den Computer anschließen.
- Die Software starten. Die Kamera wird automatisch erfasst und erscheint in der Kamera-Liste. Die Kamera auswählen und anklicken.

Das Livebild wird im Fenster angezeigt und sieht nach der im Folgenden beschriebenen Optimierung aus wie in Fig. 5.

- Den Raum abdunkeln, falls das Livebild durch Streulicht beeinträchtigt wird.

Hinweis:

Die Bildschirmfotos in Fig. 5 – Fig. 7c sind bei vollständig abgedunkeltem Raum aufgenommen worden.

- Im Kamera-Fenster den Menüpunkt „Frequenz (Anti-flicker)“ öffnen (ggf. runterscrollen) und „Wechselstrom (50 Hz)“ bzw. „Wechselstrom (60 Hz)“ anklicken.

Diese Einstellung minimiert den Einfluss der Netzfrequenz auf das Livebild der Kamera.

Hinweis:

Bedingt durch die optische Abbildung entsteht ein reelles, kopfstehendes Bild. Wird die Kamera im Optikreiter nach oben geschoben, bewegt sich das Bild nach unten und umgekehrt.

- Einen kurzen Optikreiter (1002639) für die Kondensorlinse (Sammellinse $f = 100$ mm, 1003023) bei 280 mm auf der optischen Bank positionieren und fixieren. Die Kondensorlinse bis zum Anschlag in den Optikreiter einführen und fixieren. Ggf. die Abbildungslinse so verschieben, dass der Lichtfleck bildfüllend erscheint und die Belichtungszeit anpassen (Livebild wie in Fig. 6).
- Einen langen Optikreiter (1012401) für das Fabry-Pérot-Etalon (1020903) bei 545 mm auf der optischen Bank positionieren und fixieren. Das Fabry-Pérot-Etalon bis zum Anschlag in den Optikreiter einführen und fixieren.

Hinweis:

Die Interferenzringe erscheinen ggf. unscharf und zu hell. Zur Optimierung von Schärfe und Belichtung sind Kameraposition, Fokussierung und Belichtungszeit anzupassen.

- Die Kamera nach 965 mm verschieben, ggf. im Optikreiter etwas nach oben oder unten schieben, so dass das Bild wieder zentriert ist, durch Drehen an der 12-mm-Linse die Schärfe optimieren und die Belichtungszeit anpassen (Livebild wie in Fig. 7).
- Den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz bzw. den Polarisationsfilter noch nicht in den Strahlengang stellen.

Der Aufbau ist jetzt für die Durchführung des Experiments fertig konfiguriert.

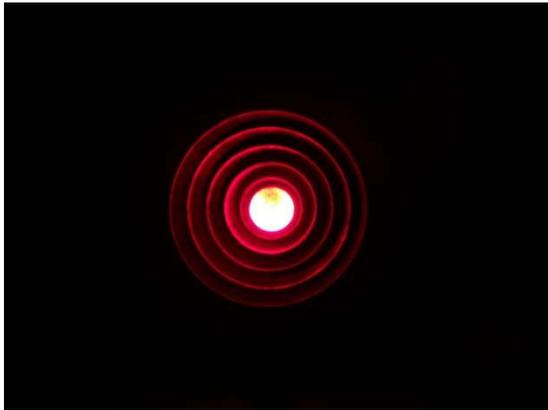


Fig. 5: Livebild mit Kamera und Abbildungslinse. Stufenbohrung des Polschuhs und Lichtfleck der Cd-Lampe erscheinen konzentrisch und zentriert

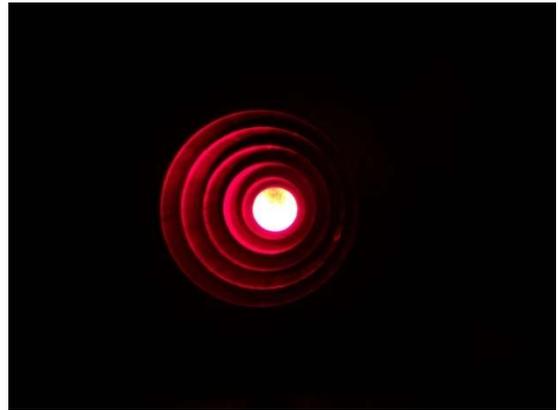


Fig. 5a: Elektromagnet verdreht. Die Stufenbohrung erscheint nicht konzentrisch. Korrektur: Elektromagnet so drehen, dass er mittig ausgerichtet ist



Fig. 5b: Kamera im Optikreiter zu niedrig. Korrektur: Kamera im Optikreiter nach oben schieben, so dass sie mittig ausgerichtet ist

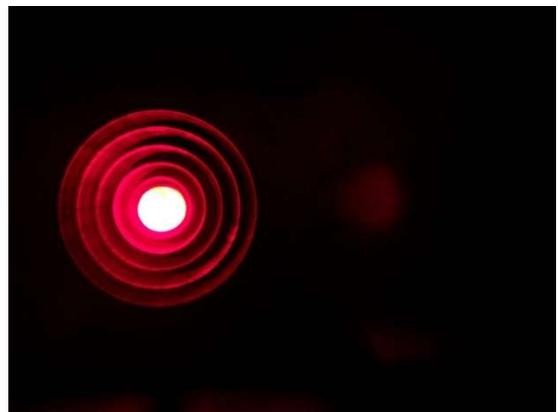


Fig. 5c: Kamera im Optikreiter verdreht. Korrektur: Kamera im Optikreiter so drehen, dass sie mittig ausgerichtet ist



Fig. 5d: Abbildungslinse im Optikreiter verdreht. Korrektur: Abbildungslinse im Optikreiter so drehen, dass sie senkrecht zur optischen Achse ausgerichtet ist



Fig. 6: Livebild mit Kondensatorlinse



Fig. 6a: Kondensorlinse im Optikreiter verdreht. Korrektur: Kondensorlinse im Optikreiter so drehen, dass sie senkrecht zur optischen Achse ausgerichtet ist



Fig. 7: Livebild mit Fabry-Pérot-Etalon



Fig. 7a: Schlechte Fokussierung. Korrektur: An der 12-mm-Linse drehen, so dass die Interferenzringe scharf zu sehen sind



Fig. 7b: Etalon im Optikreiter verdreht. Korrektur: Etalon so im Optikreiter drehen, dass es senkrecht zur optischen Achse ausgerichtet ist



Fig. 7c: Etalon verkippt. Korrektur: Justage mit Hilfe der drei Stellschrauben am Gehäuse.

DURCHFÜHRUNG, MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

Beobachtung in longitudinaler Richtung

Die folgenden Schritte ausführen, beobachten, wie sich die Interferenzringe ändern und Bildschirmfotos anfertigen (Fig. 8).

- Kein äußeres Magnetfeld anlegen.

Es werden nur die vom Fabry-Pérot-Etalon erzeugten Interferenzringe beobachtet, die jeweils der roten Cd-Spektrallinie entsprechen (Fig. 8a).

- Äußeres Magnetfeld anlegen. Dazu DC-Netzgerät einschalten und den Strom durch die Spulen auf 3,5 A ($B = 334 \text{ mT}$) hochregeln.

Hinweis:

Bei angelegtem Magnetfeld sollte die Belichtungszeit $\geq 20 \text{ ms}$ sein, da es sonst aufgrund einer Beeinträchtigung des „Rolling-Shutter-Sensors“ der Kamera zu „flimmernden Linien“ kommen kann.

Es wird die Aufspaltung in das Liniendublett mit den beiden verschobenen Komponenten σ^- und σ^+ beobachtet, die unverschobene π – Komponente wird nicht beobachtet (Fig. 8b).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz mit Hilfe eines langen Optikreiters (1012401) zwischen dem Elektromagneten und der Sammellinse positionieren (Fig. 4 C).

Hinweis:

Der Viertelwellenlängenfilter muss sich auf der Seite der Cd-Lampe befinden.

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz auf -45° einstellen.

Die σ^- – Komponente verschwindet (Fig. 8c).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz auf $+45^\circ$ einstellen.

Die σ^+ – Komponente verschwindet (Fig. 8d).

- Den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz aus dem Strahlengang herausnehmen.
- Strom herunterregeln und DC-Netzgerät ausschalten.

Beobachtung in transversaler Richtung

- Den Elektromagneten so drehen, dass die Polschuhe senkrecht zur Richtung der optischen Achse orientiert sind (Fig. 4).
- Kein äußeres Magnetfeld anlegen.

Es werden nur die vom Fabry-Pérot-Etalon erzeugten Interferenzringe beobachtet, die jeweils der roten Cd-Spektrallinie entsprechen (Fig. 8e, Fig. 9).

- Äußeres Magnetfeld anlegen. Dazu DC-Netzgerät einschalten und den Strom durch die Spulen auf 3,5 A ($B = 334 \text{ mT}$) hochregeln.

Es wird die Aufspaltung in das Linientriplett mit der unverschobenen π – Komponente und den beiden verschobenen Komponenten σ^- und σ^+ beobachtet (Fig. 8f, Fig. 9).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Polarisationsfilter zwischen dem Elektromagneten und der Sammellinse positionieren (Fig. 4 B) und auf 0° , d.h. senkrecht zum Magnetfeld einstellen.

Die π – Komponente verschwindet (Fig. 8g, Fig. 9).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Polarisationsfilter auf 90° , d.h. parallel zum Magnetfeld einstellen.

Die beiden σ – Komponenten verschwinden (Fig. 8h, Fig. 9).

- Den Polarisationsfilter aus dem Strahlengang herausnehmen.
- Strom herunterregeln und DC-Netzgerät ausschalten.

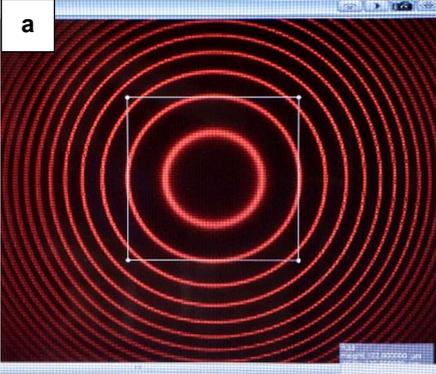
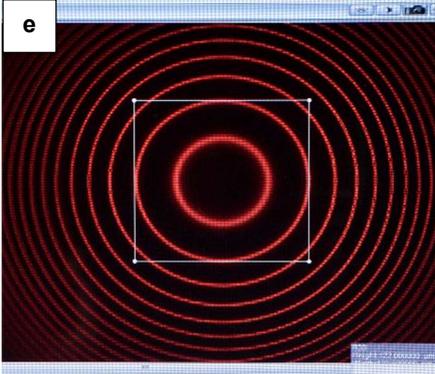
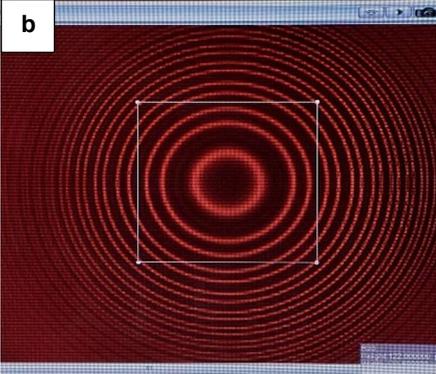
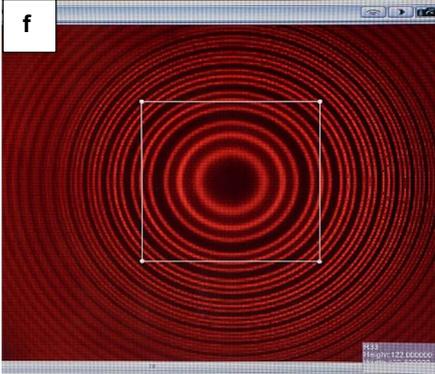
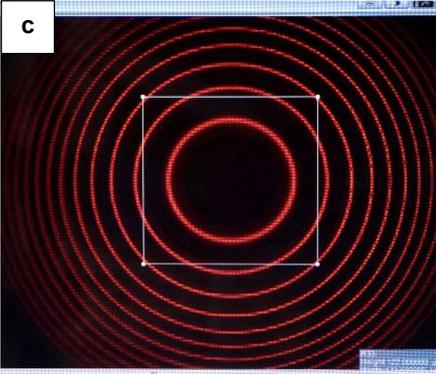
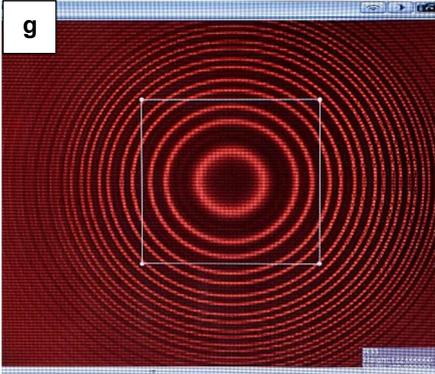
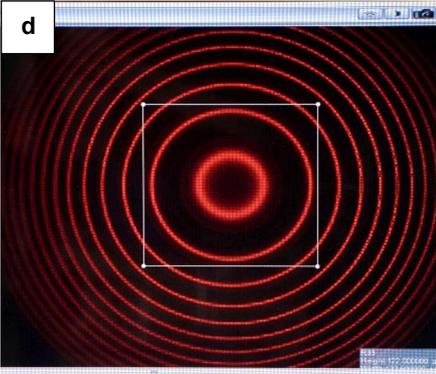
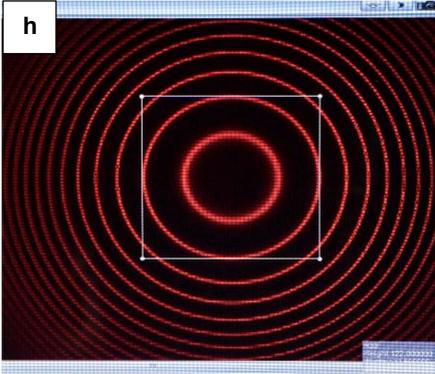
		Longitudinal	Transversal
B = 0	Ohne Viertelwellenfilter & Polarisationsaufsatz		
	Ohne Viertelwellenlängenfilter & Polarisationsaufsatz		
B > 0	Mit λ/4 & Pol @ -45°		
	Mit λ/4 & Pol @ +45°		

Fig. 8: Beobachtung der Dublett- und Triplet-Aufspaltung der roten Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld und Untersuchung der Polarisation. Zur besseren Orientierung ist der zweite vom Zentrum aus gezählte Interferenzring mit einem Rahmen markiert

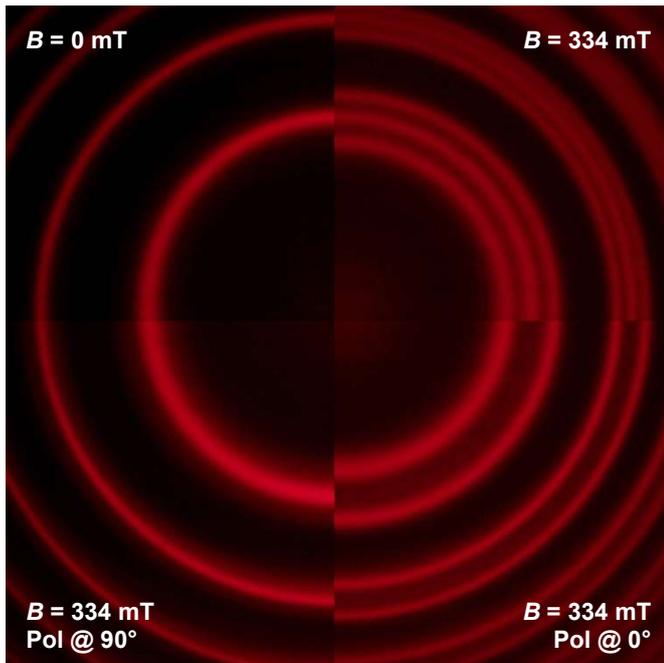


Fig. 9: Normaler Zeeman-Effekt bei Beobachtung in transversaler Richtung. Aufspaltung der Interferenzringe und Polarisationszustände im Überblick

Anomaler Zeeman-Effekt und Hyperfeinstruktur

UNTERSUCHUNG DES ANOMALEN ZEEMAN-EFFEKTS IN LONGITUDINALER UND TRANSVERSALER KONFIGURATION

- Beobachtung der Hyperfeinstruktur
- Beobachtung der Quartett- und Sextett-Aufspaltung der türkisen Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld
- Untersuchung der Polarisation der Quartett- und Sextett-Komponenten

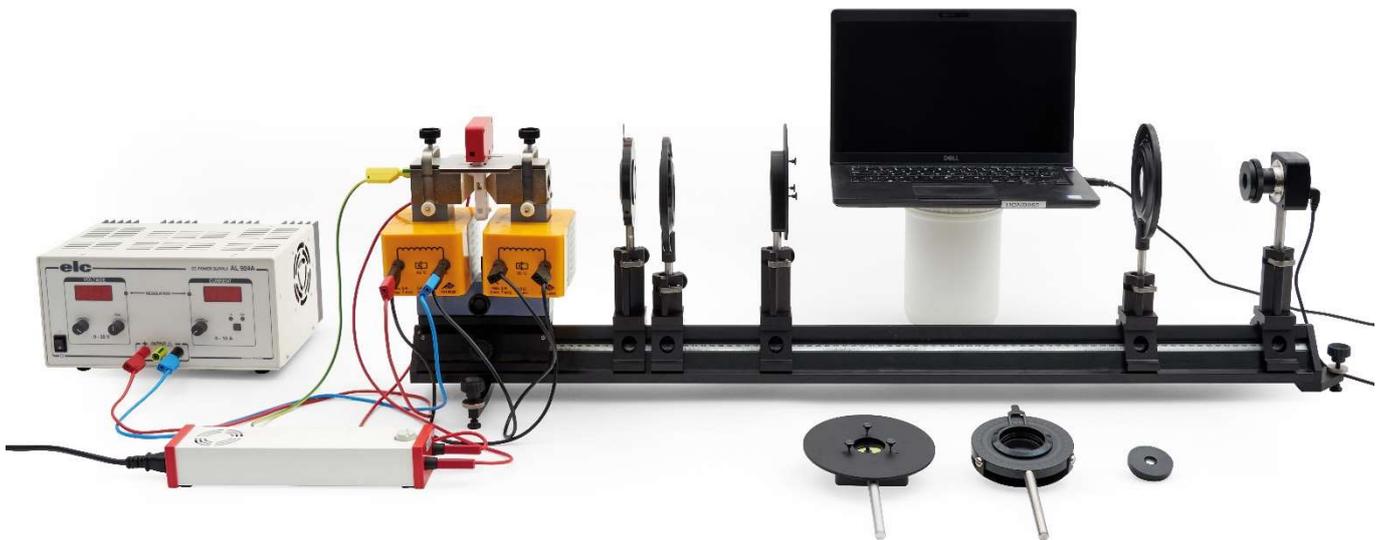


Fig. 1: Experimenteller Aufbau für den anomalen Zeeman-Effekt in longitudinaler Konfiguration

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Der Zeeman-Effekt bezeichnet die Aufspaltung von atomaren Energieniveaus bzw. Spektrallinien unter Einwirkung eines äußeren Magnetfeldes. Er wurde 1896 von seinem Namensgeber Pieter Zeeman als Verbreiterung der Natrium D-Linien entdeckt und von Hendrik Antoon Lorentz klassisch mit Hilfe der Lorentzkraft erklärt, die das Magnetfeld auf die Elektronen in der Atomhülle ausübt. Bei diesem so genannten normalen Zeeman-Effekt, wie er z.B. für die rote Cadmium-Linie ($\lambda = 643,8 \text{ nm}$) vorliegt, wird parallel zum Magnetfeld (longitudinal) eine zweifache Aufspaltung in ein Liniendublett und senkrecht zum Magnetfeld (transversal) eine dreifache Aufspaltung in ein Linien-triplett beobachtet. Als anomaler Zeeman-Effekt werden komplexere Aufspaltungen bezeichnet, die erst mit Hilfe der von Goudsmit und Uhlenbeck 1925 postulierten Existenz des Elektronenspins erklärt werden konnten. Quantenmechanisch beruht der anomale Zeeman-Effekt auf der

Wechselwirkung des Magnetfelds mit dem von Bahndrehimpuls und Spin der Elektronen erzeugten magnetischen Moment der Elektronenhülle. In dieser Hinsicht stellt der anomale Zeeman-Effekt den Normalfall dar, der normale Zeeman-Effekt einen Spezialfall.

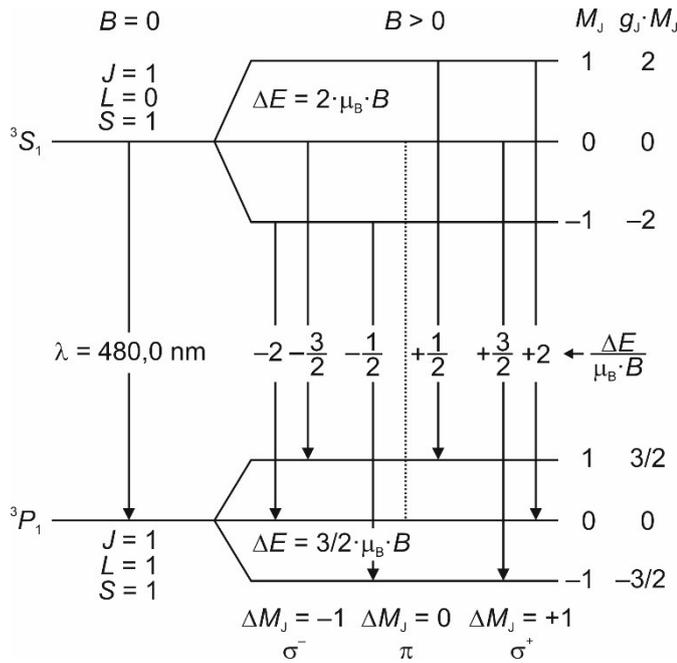


Fig. 2: Anomaler Zeeman-Effekt an der türkisen Cadmium-Spektrallinie. Aufspaltung der Energieniveaus und nach den Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung erlaubte Übergänge

Hyperfeinstrukturaufspaltung

Bereits ohne äußeres Magnetfeld können zusätzliche Linien beobachtet werden, die als Hyperfeinstruktur bezeichnet werden. Diese entsteht dadurch, dass die Cd-Lampe nicht nur das Isotop ¹¹⁴Cd mit Kernspin 0 enthält (Isotopenverhältnis 28,7%), sondern auch noch die Isotope ¹¹¹Cd (12,8%) und ¹¹³Cd (12,2%) mit Kernspin 1/2, mit dem die Elektronen wechselwirken. Dadurch existieren vier zusätzliche Linien, die um Δλ = -0,0078 nm, -0,0029 nm, +0,0061 nm und +0,0014 nm gegenüber der türkisen Cd-Linie verschoben sind. Die ersten drei Linien können im Experiment aufgelöst und beobachtet werden, die vierte Linie und die türkise Cd Linie liegen zu nah beieinander.

Anomaler Zeeman-Effekt

Der anomale Zeeman-Effekt tritt für Übergänge zwischen atomaren Zuständen mit Gesamtspin **S** ≠ **0** auf. Die türkise Cd-Linie entspricht dem Übergang ³S₁ → ³P₁ mit der Wellenlänge λ = 480,0 nm (Fig. 2). Da beide Niveaus einen Gesamtspin mit der Quantenzahl S = 1 besitzen, kann der anomale Zeeman-Effekt hier beobachtet werden. Bei Cd liegt in den äußeren Schalen LS-Kopplung vor, da die inneren Elektronen die äußeren vom Kern abschirmen. Der Gesamtdrehimpuls **J** = **L** + **S** erzeugt ein magnetisches Moment

$$(1) \quad \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_L + \boldsymbol{\mu}_S = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot (g_L \cdot \mathbf{L} + g_S \cdot \mathbf{S})$$

mit dem Bohrschen Magneton

$$(2) \quad \mu_B = \frac{e}{2 \cdot m_e} \cdot \hbar = 9,274 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T}$$

e: Elementarladung
 m_e: Masse des Elektrons
 ħ = h/2π: reduzierte Planck-Konstante

und g_L = 1, g_S = 2 für ein Elektron. Wegen g_L ≠ g_S sind **J** und **μ** nicht parallel. Nur die Komponente

$$(3) \quad \boldsymbol{\mu}_J = g_J \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot \mathbf{J}$$

von **μ** parallel zu **J** liefert einen Beitrag, wobei g_J durch die Landé-Formel

$$(4) \quad g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

gegeben ist, mit den Quantenzahlen J für den Gesamtdrehimpuls, L für den gesamten Bahndrehimpuls und S für den Gesamtspin.

In einem äußeren Magnetfeld

$$(5) \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$$

ist mit dem magnetischen Moment die Energie

$$(6) \quad E = \boldsymbol{\mu}_J \cdot \mathbf{B} = \mu_{J,z} \cdot B$$

verbunden. Aufgrund der Richtungsquantelung kann die Komponente J_z des Gesamtdrehimpulses parallel zum Magnetfeld nur die Werte

$$(7) \quad J_z = M_J \cdot \hbar \text{ mit } M_J = -J, -(J-1), \dots, (J-1), J$$

annehmen. Das Energieniveau zur Gesamtdrehimpulsquantenzahl J spaltet also in 2J+1 äquidistante Komponenten auf, die sich in der magnetischen Quantenzahl M_J unterscheiden (Fig. 2). Mit Gl. (3) folgt

$$(8) \quad \mu_{J,z} = g_J \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z,$$

damit nach Gl. (6)

$$(9) \quad E = \mu_{J,z} \cdot B = g_J \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z \cdot B$$

und schließlich mit Gl. (7):

$$(10) \quad E = g_J \cdot M_J \cdot \mu_B \cdot B.$$

Der Energieabstand zweier Niveaus mit Energien E₁ und E₂ (E₁ > E₂) ergibt sich also zu:

$$(11) \quad \Delta E = E_1 - E_2 = (g_{J,1} \cdot M_{J,1} - g_{J,2} \cdot M_{J,2}) \cdot \mu_B \cdot B.$$

Nach Gl. (7) werden beide Niveaus ³S₁ und ³P₁ in drei Komponenten aufgespalten, jeweils mit dem durch Gl. (11) gegebenen äquidistanten Energieabstand (Fig. 2).

Nach den Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung sind zwischen diesen Niveaus Übergänge erlaubt mit

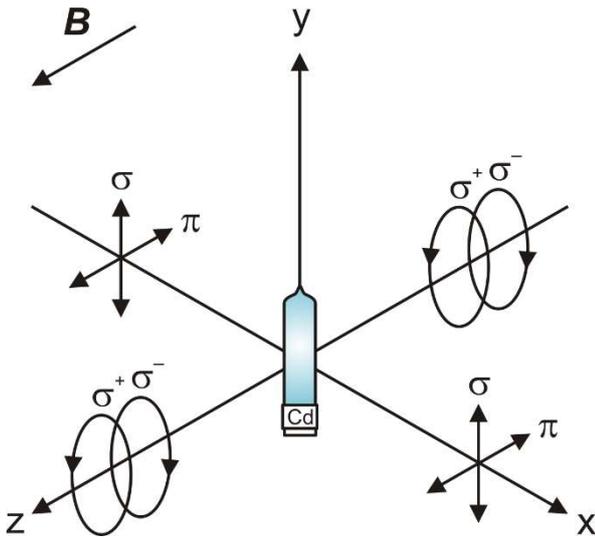


Fig. 3: Polarisation der elektrischen Dipolstrahlung in Abhängigkeit von der Ausbreitungsrichtung

$$(12) \Delta M_J = \begin{cases} +1 & \text{(rechts zirkular polarisiertes Licht, } \sigma^+) \\ 0 & \text{(linear polarisiertes Licht, } \pi) \\ -1 & \text{(links zirkular polarisiertes Licht, } \sigma^-) \end{cases}$$

wobei das emittierte Licht wie oben angegeben polarisiert ist. Eine Ausnahme bilden Übergänge zwischen Niveaus mit $M_J = 0$ und $\Delta J = 0$, die verboten sind (Fig. 2, gestrichelte Linie).

Insgesamt können also gemäß $E = \hbar \cdot \omega$ sechs um

$$(13) \Delta \lambda = -\frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi \cdot \hbar \cdot c} \cdot \Delta E$$

c: Vakuum-Lichtgeschwindigkeit

verschobene Spektrallinien beobachtet werden, zwei π -Komponenten und vier σ -Komponenten mit entsprechend höheren bzw. niedrigeren Wellenlängen. Für den kleinsten Energieabstand $|\Delta E| = \frac{1}{2} \cdot \mu_B \cdot B$ (Fig. 2) ergibt sich aus Gleichung (13) durch Einsetzen der Gleichungen (11) und (2) für die im Experiment eingestellte Flussdichte $B = 422 \text{ mT}$ eine Verschiebung um $|\Delta \lambda| = 0,0023 \text{ nm}$.

Die räumliche Verteilung des emittierten Lichts ist für die π - und die σ -Komponenten unterschiedlich. Der Fall $\Delta M_J = 0$ entspricht klassisch einem parallel zum Magnetfeld schwingenden Hertz'schen Dipol. Dementsprechend wird senkrecht zum Magnetfeld (transversal) linear polarisiertes Licht abgestrahlt, parallel zum Magnetfeld (longitudinal) kein Licht (Fig. 3). Die Fälle $\Delta M_J = \pm 1$ entsprechen jeweils zwei zueinander mit einer Phasendifferenz von 90° senkrecht schwingenden Dipolen. Dementsprechend wird sowohl parallel als auch senkrecht zum Magnetfeld Licht abgestrahlt, das parallel zum Magnetfeld zirkular polarisiert ist, und zwar links zirkular polarisiert für $\Delta M_J = -1$ und rechts zirkular polarisiert für $\Delta M_J = +1$.

Für die Analyse der Lichtpolarisation wird bei Beobachtung in longitudinaler Richtung also ein Viertelwellenlängenfilter mit nachgeschaltetem Polarisationsfilter benötigt, da die Beobachtung senkrecht zur Polarisationssebene der σ -Komponenten erfolgt (Fig. 3). Der Viertelwellenlängenfilter wandelt das zirkular polarisierte Licht in linear polarisiertes um, das dann mit

Hilfe des Polarisationsfilters analysiert werden kann. Bei Einstellung des Viertelwellenlängenfilters auf -45° werden entsprechend die σ^+ -Komponenten umgewandelt und können beobachtet werden, während die σ^- -Komponenten verschwinden. Bei Einstellung des Viertelwellenlängenfilters auf $+45^\circ$ verhält es sich genau umgekehrt. Für die Beobachtung in transversaler Richtung wird nur ein Polarisationsfilter benötigt, da die Beobachtung parallel zur Polarisationssebene der σ -Komponenten erfolgt und diese linear polarisiert erscheinen (Fig. 3). Die π -Komponenten sind stets linear polarisiert. Bei Einstellung des Polarisationsfilters auf 0° können entsprechend die σ -Komponenten beobachtet werden, während die π -Komponenten verschwinden. Bei Einstellung des Polarisationsfilters auf 90° verhält es sich genau umgekehrt.

Im Experiment erfolgt die Beobachtung der Aufspaltung mit Hilfe einer Digitalkamera, der ein Fabry-Pérot-Etalon und eine Abbildungsoptik vorgeschaltet sind. Das Fabry-Pérot-Etalon ist so ausgelegt, dass es die Resonanzbedingung für die spezifische Wellenlänge $480,0 \text{ nm}$ der türkisen Cd-Linie erfüllt. Beim Durchgang des Lichts der Cadmium-Lampe durch das Fabry-Pérot-Etalon entstehen Interferenzringe, die wie die Spektrallinie in Abhängigkeit des äußeren Magnetfelds aufspalten und durch die Optik auf den Kamerasensor abgebildet werden. Die Beobachtung parallel oder senkrecht zum äußeren Magnetfeld wird durch einen drehbar gelagerten Elektromagneten ermöglicht. Die Aufspaltung wird qualitativ beobachtet und die Polarisation der aufgespaltenen Komponenten mit Hilfe eines Viertelwellenlängenfilters mit Polarisationsaufsatz und eines Polarisationsfilters untersucht.

GERÄTELISTE

1	Cd-Lampe mit Zubehör @230 V	1021366
	oder	
1	Cd-Lampe mit Zubehör @115 V	1021747
1	Fabry-Pérot-Etalon 480 nm	1025375
1	DC-Netzgerät, längsgeregelt, 1 – 30V, 0 – 10A @230V	1025380
	oder	
1	DC-Netzgerät, 0 – 20 V, 0 – 5 A @115 V	1003311
1	U-Kern D	1000979
2	Spule D, 900 Windungen	1012859
1	Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt	1021365
1	Mikroskopkamera BRESSER MikroCam SP 3.1	1024060
1	Linse 12 mm für Bresser Mikroskopkamera	1024059
1	Stativstange mit 1/4 Zoll Gewinde, 100 mm	1025431
1	Bandpassinterferenzfilter, 480nm	1025377
2	Sammellinse auf Stiel f = 100 mm	1003023
1	Viertelwellenlängenfilter auf Stiel	1021353
1	Polarisationsaufsatz	1021364
1	Polarisationsfilter auf Stiel	1008668
1	Optische Bank D, 100 cm	1002628
1	Füße für optische Bank D, Satz	1012399
1	Optikfuß D	1009733
3	Optikreiter D, 90/36	1012401
2	Optikreiter D, 60/36	1002639
1	Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot, blau, (2 Stk.)	1017718
1	Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, schwarz, (2 Stk.)	1002849

AUFBAU UND SICHERHEITSHINWEISE

Die Durchführung dieses Experiments setzt voraus, dass die Montage der Komponenten sowie der experimentelle Aufbau und die Justage gemäß der Anleitung des Experiments zum normalen Zeeman-Effekt erfolgt ist, unter Beachtung aller darin formulierten Sicherheitshinweise. Statt Fabry-Pérot-Etalon und Farbfilter für die rote Cd-Linie sind das Fabry-Pérot-Etalon 480 nm (1025375) und der Bandpassinterferenzfilter, 480 nm (1025377) zu verwenden.

Die maximale Stromstärke durch die Spulen D mit 900 Windungen beträgt 5 A (7 Minuten). Sie kann kurzfristig (30 Sekunden) auf das Doppelte angehoben werden. Die Spulen verfügen über eine interne reversible Temperatursicherung, die bei einer Wicklungstemperatur von 85 °C auslöst. Die Rückstellzeit beträgt 10-20 Minuten, je nach Umgebungstemperatur.

- Die Messung zügig durchführen, so dass ein Auslösen der Temperatursicherung durch zu langes Fließen hoher Ströme vermieden wird.
- Die Spulen nicht ohne Trafokern betreiben.

ALLGEMEINE HINWEISE

Die Software der Kamera ist auf dem Mess-Computer zu installieren.

Es empfiehlt sich, das Experiment in einem dunklen Raum durchzuführen, um Streulicht aus der Umgebung zu minimieren sowie optimale Belichtung und optimalen Kontrast des Livebildes der Kamera zu erzielen.

Aufgrund der Temperaturempfindlichkeit von Fabry-Pérot-Etalons kann das Zentrum der Interferenzringe je nach Umgebungstemperatur unterschiedlich aussehen und dementsprechend von den Bildschirmfotos in dieser Anleitung abweichen.

Das Türkis, das der Wellenlänge 480 nm entspricht, kann im RGB-Farbraum der Kamera nicht dargestellt werden und erscheint deswegen blau.

DURCHFÜHRUNG, MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

Beobachtung in longitudinaler Richtung

Die folgenden Schritte ausführen, beobachten, wie sich die Interferenzringe ändern und Bildschirmfotos anfertigen.

- Kein äußeres Magnetfeld anlegen.

Es werden die vom Fabry-Pérot-Etalon erzeugten Interferenzringe beobachtet, die jeweils der türkisen Cd-Spektrallinie entsprechen sowie weitere Interferenzringe, die den Spektrallinien der Hyperfeinstruktur entsprechen (Fig. 4a).

Hinweis:

Um die Hyperfeinstruktur optimal erkennen zu können empfiehlt es sich, die Interferenzringe der türkisen Cd-Linie überzubelichten, d.h. eine entsprechend höhere Belichtungszeit einzustellen.

- Äußeres Magnetfeld anlegen. Dazu DC-Netzgerät einschalten und den Strom durch die Spulen auf 4,5 A ($B = 422$ mT) hochregeln.

Hinweise:

Bei angelegtem Magnetfeld sollte die Belichtungszeit ≥ 20 ms sein, da es sonst aufgrund einer Beeinträchtigung des „Rolling-Shutter-Sensors“ der Kamera zu „flimmernden Linien“ kommen kann. Da die Interferenzringe der Hyperfeinstruktur bei der Beobachtung des anomalen Zeeman-Effekts stören, empfiehlt es sich, eine entsprechend niedrigere Belichtungszeit einzustellen.

Es wird die vierfache Aufspaltung in die beiden σ^- – und die beiden σ^+ – Komponenten beobachtet, die beiden π – Komponenten werden nicht beobachtet (Fig. 4b).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz mit Hilfe eines langen Optikreiters (1012401) zwischen dem Elektromagneten und der Sammellinse positionieren.

Hinweis:

Der Viertelwellenlängenfilter muss sich auf der Seite der Cd-Lampe befinden.

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz auf -45° einstellen.

Die beiden σ^- – Komponenten verschwinden (Fig. 4c).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz auf $+45^\circ$ einstellen.

Die beiden σ^+ – Komponenten verschwinden (Fig. 4d).

- Den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz aus dem Strahlengang herausnehmen.
- Strom herunterregeln und DC-Netzgerät ausschalten.

Beobachtung in transversaler Richtung

- Den Elektromagneten um 90° drehen, so dass die Polschuhe senkrecht zur Richtung der optischen Achse orientiert sind.

- Kein äußeres Magnetfeld anlegen.

Es werden nur die vom Fabry-Pérot-Etalon erzeugten Interferenzringe beobachtet, die jeweils der türkisen Cd-Spektrallinie entsprechen sowie weitere Interferenzringe, die den Spektrallinien der Hyperfeinstruktur entsprechen (Fig. 4e, Fig. 5).

- Äußeres Magnetfeld anlegen. Dazu DC-Netzgerät einschalten und den Strom durch die Spulen auf 4,5 A ($B = 422$ mT) hochregeln.

Es wird die sechsfache Aufspaltung in die beiden π^- , die beiden σ^- – und die beiden σ^+ – Komponenten beobachtet (Fig. 4f, Fig. 6).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Polarisationsfilter zwischen dem Elektromagneten und der Sammellinse positionieren und auf 0° , d.h. senkrecht zum Magnetfeld einstellen.

Die beiden π^- – Komponenten verschwinden (Fig. 4g, Fig. 6).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Polarisationsfilter auf 90° , d.h. parallel zum Magnetfeld einstellen.

Die beiden σ^- – und die beiden σ^+ – Komponenten verschwinden (Fig. 4h, Fig. 6).

- Den Polarisationsfilter aus dem Strahlengang herausnehmen.

Strom herunterregeln und DC-Netzgerät ausschalten.

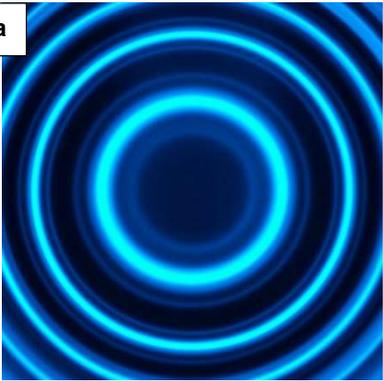
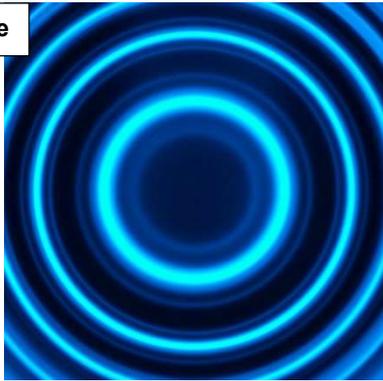
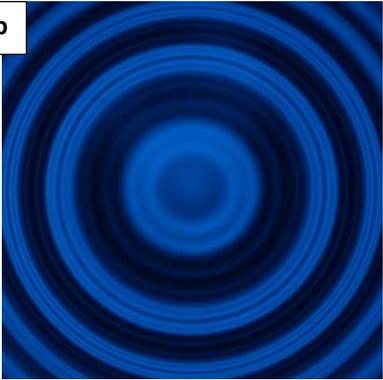
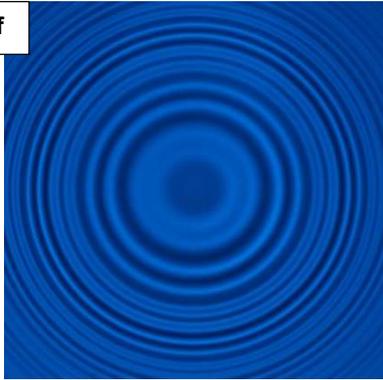
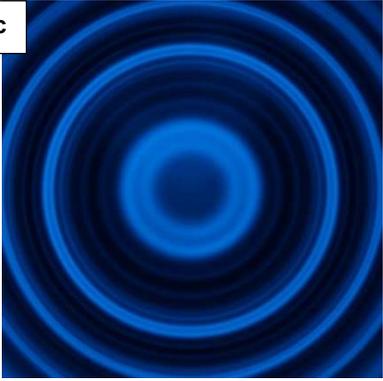
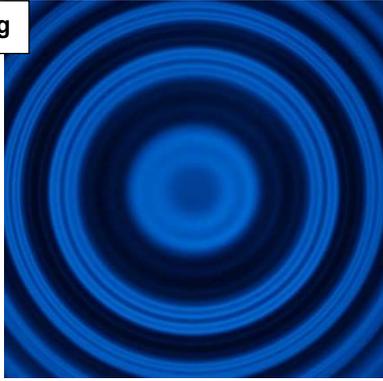
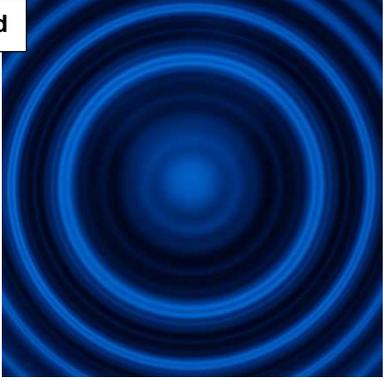
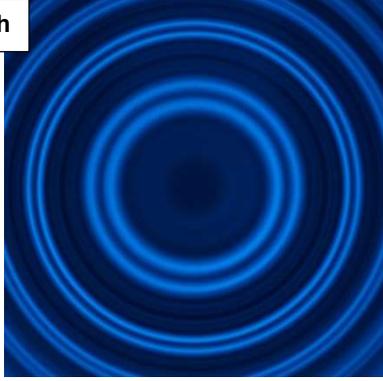
		Longitudinal	Transversal
$B = 0$	Ohne Viertelwellenlängenfilter & Polarisationsaufsatz		
	Ohne Viertelwellenlängenfilter		
$B > 0$	Mit $\lambda/4$ & Pol @ -45°		
	Mit $\lambda/4$ & Pol @ $+45^\circ$		

Fig. 4: Beobachtung der vier- und sechsfachen Aufspaltung der türkisen Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld und Untersuchung der Polarisation

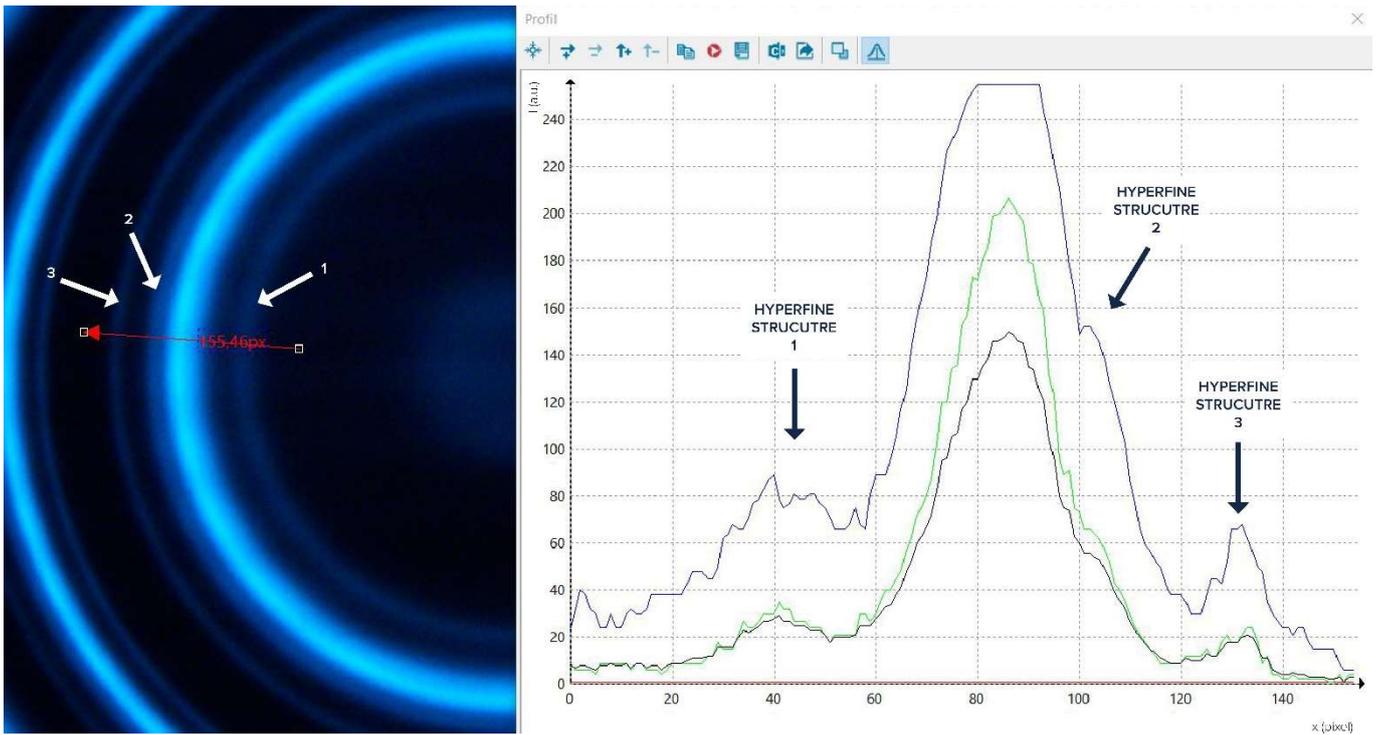


Fig. 5: Hyperfeinstrukturaufspaltung (links) und Helligkeitsprofil (rechts, schwarze Kurve) entlang des eingezeichneten Pfeils. Rote, grüne und blaue Kurve: Helligkeitsprofil des roten, grünen und blauen Farbkanals. Die um $\Delta\lambda = -0,0078$ nm (3) und $+0,0061$ nm (1) verschobenen Linien sind deutlich, die um $-0,0029$ nm verschobene Linie (2) ist als Schulter zu erkennen. Die um $+0,0014$ nm verschobene Linie liegt so nah an der türkisen Cd-Linie, dass sie nicht aufgelöst und entsprechend nicht beobachtet werden kann

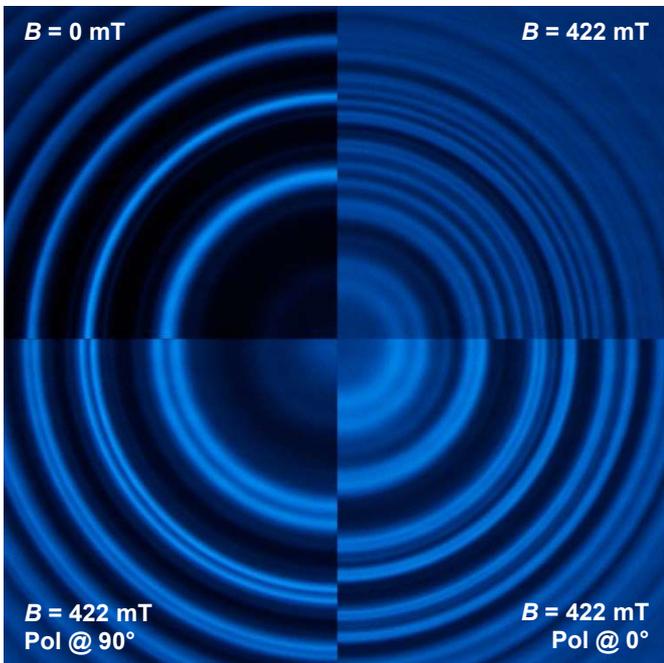


Fig. 6: Anomaler Zeeman-Effekt bei Beobachtung in transversaler Richtung. Aufspaltung der Interferenzringe und Polarisationszustände im Überblick

Fabry-Pérot-Interferometer, Bestimmung des Bohrschen Magnetons

SPEKTROSKOPIE MIT EINEM FABRY-PÉROT-ETALON

- Experimentelle Einführung in das Fabry-Pérot-Interferometer am Beispiel des normalen Zeeman-Effekts
- Ausmessen der Interferenzringe des Fabry-Pérot Etalons in Abhängigkeit des äußeren Magnetfeldes
- Bestimmung des Bohrschen Magnetons

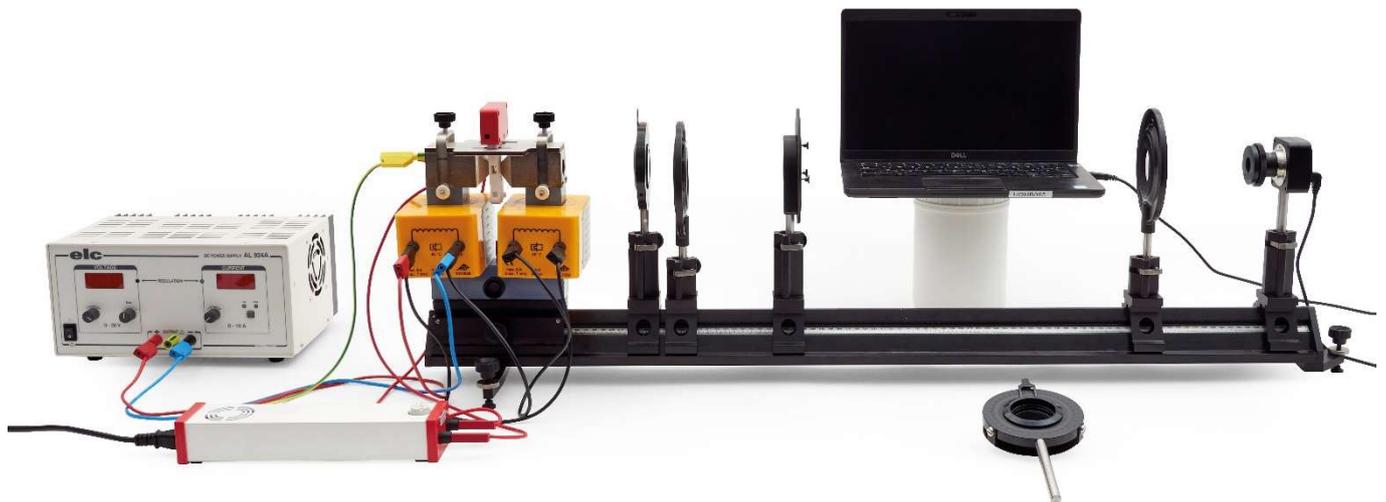


Fig. 1: Experimenteller Aufbau für den normalen Zeeman-Effekt in longitudinaler Konfiguration

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Das von seinen Namensgebern Charles Fabry und Alfred Pérot entwickelte Fabry-Pérot-Interferometer ist ein optischer Resonator, der aus zwei teildurchlässigen Spiegeln besteht. Ein Fabry-Pérot-Interferometer mit festem Spiegelabstand wird als Fabry-Pérot-Etalon bezeichnet. Da es so ausgelegt ist, dass es die Resonanzbedingung für eine bestimmte Wellenlänge erfüllt, wirkt das Etalon auch wie ein optischer Filter. Ein einfallender Lichtstrahl wird im Etalon mehrfach reflektiert, so dass die bei jeder Reflexion transmittierten Lichtstrahlen miteinander interferieren. Diese Vielstrahlinterferenz erzeugt in Transmission eine Intensitätsverteilung mit schmalen Maxima und breiten Minima. Zusammen mit der hohen Interferenzordnung bei entsprechend großen Resonatorabmessungen resultiert daraus eine hohe Güte und entsprechend ein hohes Auflösungsvermögen. Dadurch können kleine spektrale Aufspaltungen, wie sie beim normalen Zeeman-Effekt an der

roten Cd-Linie ($\lambda = 643,8 \text{ nm}$) vorliegen ($\Delta\lambda = 0,0068 \text{ nm}$ bei $B = 350 \text{ mT}$), noch aufgelöst werden.

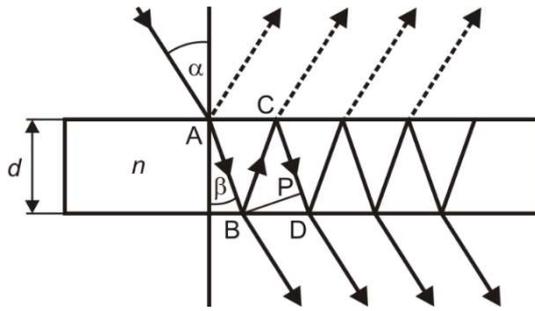


Fig. 2: Strahlengang im Fabry-Pérot Etalon

Der Fokus dieses Experiments richtet sich auf die Spektroskopie mit einem Fabry-Pérot-Etalon. Das Fabry-Pérot-Etalon ist zusammen mit einer Abbildungsoptik der Kamera vorgeschaltet, mit der die Beobachtung der Zeeman-Aufspaltung erfolgt. Beim Durchgang des Lichts der Cadmium-Lampe durch das Fabry-Pérot-Etalon entstehen Interferenzringe, die wie die Spektrallinie in Abhängigkeit des äußeren Magnetfelds aufspalten und durch die Optik auf die Kamera abgebildet werden. Die Beobachtung parallel oder senkrecht zum äußeren Magnetfeld wird durch einen drehbar gelagerten Elektromagneten ermöglicht.

Das Fabry-Pérot Etalon besteht aus einer Quarzglasplatte mit einer beidseitigen, teilreflektierenden Verspiegelung hoher Reflektivität (Fig. 2). Im vorliegenden Fall ist das Etalon so ausgelegt, dass die Resonanzbedingung für die Wellenlänge $\lambda = 643,8 \text{ nm}$ der roten Cd-Linie erfüllt ist. In diesem Sinne wirkt das Etalon auch wie ein optischer Filter. Die Dicke d , der Brechungsindex n und der Reflexionskoeffizient R des Etalons betragen:

- $d = 4 \text{ mm}$
- (1) $n = 1,4567$
- $R = 0,85$

Ein einfallender Lichtstrahl wird im Etalon mehrfach reflektiert. Die bei jeder Reflexion transmittierten Lichtstrahlen interferieren miteinander. Der Gangunterschied Δs zwischen zwei benachbarten transmittierten Lichtstrahlen, z.B. die an den Punkten B und D austretenden Lichtstrahlen in Fig. 2, beträgt:

$$(2) \Delta s = n \cdot (\overline{BC} + \overline{CP}) .$$

Aus

$$(3) \overline{CP} = \overline{BC} \cdot \cos(2 \cdot \beta) ,$$

$$(4) d = \overline{BC} \cdot \cos(\beta) ,$$

dem Snellius'schen Brechungsgesetz ($n_{\text{Luft}} \approx 1$)

$$(5) \sin(\alpha) = n \cdot \sin(\beta)$$

und den Additionstheoremen

$$(6) \begin{aligned} \cos(\beta) &= \sqrt{1 - \sin^2(\beta)} \\ \cos(2 \cdot \beta) &= 1 - 2 \cdot \sin^2(\beta) \end{aligned}$$

ergibt sich der Gangunterschied zu

$$(7) \Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\beta)$$

und daraus die Bedingung für das Vorliegen von Interferenzmaxima:

$$(8) k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha_k)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\beta_k) .$$

k : Ganze Zahl, Interferenzordnung

α_k : Einfallswinkel zur k -ten Interferenzordnung

β_k : Brechungswinkel zur k -ten Interferenzordnung

Insgesamt wird ein Interferenzmuster aus konzentrischen Ringen erzeugt. Die Brechung an den Grenzflächen der Glasplatte des Fabry-Pérot-Etalons kann vernachlässigt werden, da sie das Interferenzmuster nur parallel verschiebt. Deshalb wird der Brechungswinkel β durch den Einfallswinkel α ersetzt, und die Interferenzbedingung (8) ergibt sich zu

$$(9) k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\alpha_k) \approx 2 \cdot d \cdot n \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^2}{2}\right) ,$$

mit der Entwicklung $\cos(x) \approx (1 - x^2 / 2)$ der Cosinusfunktion.

Das Interferenzmuster wird mit Hilfe der Sammellinse auf die Kamera abgebildet (Fig. 3). Zwischen dem Winkel α_k , unter dem der Interferenzring zur k -ten Ordnung erscheint, dem Radius r_k des Interferenzrings zur k -ten Ordnung und der Brennweite f der Linse besteht folgender Zusammenhang (Fig. 3):

$$(10) r_k = f \cdot \tan(\alpha_k) \approx f \cdot \alpha_k ,$$

mit der Kleinwinkel-Näherung $\tan(x) \approx x$. Für die Interferenzordnung k und den Winkel α_k folgt aus Gleichung (9)

$$(11) k = k_0 \cdot \cos(\alpha_k) \approx k_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^2}{2}\right) \text{ mit } k_0 = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda}$$

und

$$(12) \alpha_k = \sqrt{\frac{2 \cdot (k_0 - k)}{k_0}} .$$

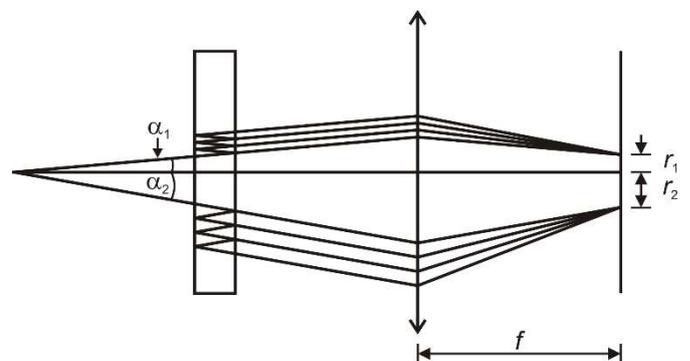


Fig. 3: Abbildung der Interferenzringe des Fabry-Pérot-Etalons auf die Digitalkamera

Nach Gleichung (11) ist wegen $|\cos(\alpha_k)| \leq 1$ die Interferenzordnung k für $\alpha_k = 0$, d.h. im Zentrum der Interferenzringe, am größten und entspricht dem Parameter k_0 , der im Allgemeinen keine ganze Zahl ist. Da die Interferenzringe im Experiment vom Zentrum aus abgezählt werden, wird die Interferenzordnung k mit einer ganzen Zahl j indiziert, die die k -te Interferenzordnung mit dem j -ten vom Zentrum aus gezählten Interferenzring identifiziert, in Verallgemeinerung des bereits eingeführten Parameters k_0 .

Der erste helle Interferenzring mit der Ordnung k_1 erscheint nach Gleichung (12) unter dem Winkel

$$(13) \alpha_{k_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot (k_0 - k_1)}{k_0}},$$

wobei k_1 die nächste ganze Zahl ist, die kleiner als k_0 ist. Da k_0 im Allgemeinen keine ganze Zahl ist, ist die Differenz $k_0 - k_1$ kleiner als 1. Deshalb wird ein Parameter ε wie folgt definiert:

$$(14) \varepsilon := k_0 - k_1 \text{ mit } 0 < \varepsilon < 1$$

Für alle Interferenzringe mit $j \geq 2$ verringert sich die Ordnungszahl k_j jeweils um 1, so dass für die Interferenzordnung des j -ten vom Zentrum aus gezählten Interferenzrings allgemein gilt:

$$(15) k_j = (k_0 - \varepsilon) - (j - 1)$$

Für $j = 1$ entspricht Gleichung (15) gerade der Definition von ε aus Gleichung (14). Einsetzen von Gleichung (12) mit $k = k_j$ und (15) in Gleichung (10) ergibt

$$(16) r_j = \sqrt{\frac{2 \cdot f^2}{k_0}} \cdot \sqrt{(j-1) + \varepsilon},$$

wobei der Einfachheit halber für die Indizierung, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, $r_{k_j} \rightarrow r_j$ gesetzt wurde. Diese Konvention wird im Folgenden beibehalten. Aus Gleichung (16) folgt, dass die Differenz der Radien-Quadrate benachbarter Interferenzringe konstant ist:

$$(17) r_{j+1}^2 - r_j^2 = \frac{2 \cdot f^2}{k_0} = \text{const.}$$

Aus Gleichung (16) und (17) folgt:

$$(18) \varepsilon = \frac{r_{j+1}^2}{r_{j+1}^2 - r_j^2} - j.$$

Spalten die Interferenzringe jeweils in zwei sehr nah beieinander liegende Komponenten a und b auf, deren Wellenlänge sich nur geringfügig voneinander unterscheidet, folgt z.B. für den ersten vom Zentrum aus gezählten Interferenzring nach Gleichung (14):

$$(19) \begin{aligned} \varepsilon_a &= k_{0,a} - k_{1,a} = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda_a} - k_{1,a} \\ \varepsilon_b &= k_{0,b} - k_{1,b} = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda_b} - k_{1,b} \end{aligned}$$

Da die beiden Komponenten zur gleichen Interferenzordnung gehören, gilt unter der Voraussetzung, dass sich die Interferenzringe nicht um mehr als eine ganze Ordnung überlappen, $k_{1,a} = k_{1,b}$ und damit:

$$(20) \varepsilon_a - \varepsilon_b = k_{0,a} - k_{0,b} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right).$$

Gleichung (20) hängt nicht explizit von der Interferenzordnung ab. Wird Gleichung (18) für beide Komponenten a und b formuliert und in Gleichung (20) eingesetzt, ergibt sich:

$$(21) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \left(\frac{r_{j+1,a}^2}{r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2} - \frac{r_{j+1,b}^2}{r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2} \right).$$

Aus Gleichung (17) folgt, dass die Differenz der Radien-Quadrate der Komponente a oder b für benachbarte Interferenzordnungen j und $j+1$ mit $j > 0$ wegen $\lambda_a \approx \lambda_b$ und damit $k_{0,a} \approx k_{0,b}$ näherungsweise gleich sind:

$$(22) \Delta_a^{j+1,j} = r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2 = r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2 = \Delta_b^{j+1,j}.$$

Entsprechend gilt für zwei Komponenten a und b der gleichen Interferenzordnung j mit $j > 0$:

$$(23) \delta_{a,b}^j = r_{j,a}^2 - r_{j,b}^2 = r_{j+1,a}^2 - r_{j+1,b}^2 = \delta_{a,b}^{j+1}.$$

Einsetzen der Gleichungen (22) und (23) in Gleichung (21) ergibt:

$$(24) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \frac{\delta_{a,b}^{j+1}}{\Delta_a^{j+1,j}} \text{ für alle } j > 0$$

Da die Gleichung (22) für beide Komponenten a und b benachbarter Interferenzringe und die Gleichung (23) für alle Interferenzringe gilt, können Mittelwerte

$$(25) \delta = \overline{\delta_{a,b}^j}$$

und

$$(26) \Delta = \overline{\Delta_a^{j+1,j}}$$

gebildet und in die Gleichung (24) eingesetzt werden:

$$(27) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \frac{\delta}{\Delta}.$$

Mit

$$(28) \Delta E_{a,b} = h \cdot c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \mu_B \cdot B$$

folgt aus Gleichung (27):

$$(29) \frac{\delta}{\Delta} = 2 \cdot \frac{d \cdot n}{h \cdot c} \cdot \mu_B \cdot B = a \cdot B \text{ mit } a = 2 \cdot \frac{d \cdot n}{h \cdot c} \cdot \mu_B.$$

Der Quotient δ / Δ kann in Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte B gemessen, graphisch aufgetragen und das Bohrsche Magneton μ_B aus der Steigung a einer Geradenanpassung bestimmt werden.

GERÄTELISTE

1 Cd-Lampe mit Zubehör @230 V	1021366
oder	
1 Cd-Lampe mit Zubehör @115 V	1021747
1 Fabry-Pérot-Etalon 644 nm	1020903
1 DC-Netzgerät, längsgeregelt, 1 – 30V, 0 – 10A @230V	1025380
oder	
1 DC-Netzgerät, 0 – 20 V, 0 – 5 A @115 V	1003311
1 U-Kern D	1000979
2 Spule D, 900 Windungen	1012859
1 Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt	1021365
1 Mikroskopkamera BRESSER MikroCam SP 3.1	1024060
1 Linse 12 mm für Bresser Mikroskopkamera	1024059
1 Stativstange mit ¼ Zoll Gewinde, 100 mm	1025431
1 Roter Farbfilter in Fassung	1025376
2 Sammellinse auf Stiel f = 100 mm	1003023
1 Viertelwellenlängenfilter auf Stiel	1021353
1 Polarisationsaufsatz	1021364
1 Polarisationsfilter auf Stiel	1008668
1 Optische Bank D, 100 cm	1002628
1 Füße für optische Bank D, Satz	1012399
1 Optikfuß D	1009733
3 Optikreiter D, 90/36	1012401
2 Optikreiter D, 60/36	1002639
1 Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, rot, blau, (2 Stk.)	1017718
1 Sicherheitsexperimentierkabel, 75cm, schwarz, (2 Stk.)	1002849

AUFBAU UND SICHERHEITSHINWEISE

Die Durchführung dieses Experiments setzt voraus, dass die Montage der Komponenten sowie der experimentelle Aufbau und die Justage gemäß der Anleitung des Experiments zum normalen Zeeman-Effekt erfolgt ist, unter Beachtung aller darin formulierten Sicherheitshinweise.

Die maximale Stromstärke durch die Spulen D mit 900 Windungen beträgt 5 A (7 Minuten). Sie kann kurzfristig (30 Sekunden) auf das Doppelte angehoben werden. Die Spulen verfügen über eine interne reversible Temperatursicherung, die bei einer Wicklungstemperatur von 85 °C auslöst. Die Rückstellzeit beträgt 10-20 Minuten, je nach Umgebungstemperatur.

- Die Messung zügig durchführen, so dass ein Auslösen der Temperatursicherung durch zu langes Fließen hoher Ströme vermieden wird.
- Die Spulen nicht ohne Trafokern betreiben.

DURCHFÜHRUNG

Messung

- Die transversale Konfiguration durch Drehen des Elektromagneten herstellen wie in der Anleitung des Experiments zum normalen Zeeman-Effekt beschrieben.

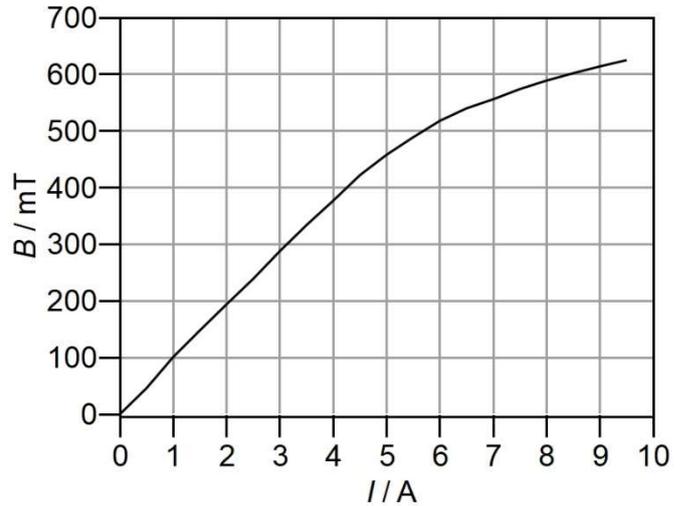


Fig. 4: Kalibrierkurve des Elektromagneten

- Die 12-mm-Linse so fokussieren, dass die drei Interferenzringe der innersten Ordnung scharf gestellt sind, bei der sie deutlich voneinander getrennt erscheinen. Die Sammellinsen (Abbildungs- und Kondensorlinse) nicht mehr verschieben und die 12-mm-Linse nicht mehr nachfokussieren, da sonst die Auswertung falsche Ergebnisse liefert.

Hinweis:

Aufgrund der Temperaturempfindlichkeit von Fabry-Pérot-Etalons kann das Zentrum der Interferenzringe je nach Umgebungstemperatur unterschiedlich aussehen und dementsprechend von den Bildschirmfotos in dieser Anleitung abweichen.

- Das DC-Netzgerät einschalten, den Strom durch die Spulen zuerst auf 3 A, dann in 0,5-A-Schritten auf 5 A und in 1-A-Schritten weiter auf 9 A hochregeln. Bei jedem Schritt ein Einzelbild („Schnappschuss“) mit der Kamera-Software aufnehmen und als „JPEG“ speichern.

Hinweis:

Beim Hochregeln des Stroms ist darauf zu achten, dass sich die Interferenzringe nicht um mehr als eine ganze Ordnung überlappen.

Kalibrierung des Elektromagneten

Die Werte für die magnetischen Flussdichten B , die den eingestellten Stromstärken I entsprechen, sind der Kalibrierkurve in Fig. 4 bzw. Tab. 1 zu entnehmen. Alternativ kann die Kalibrierkurve wie folgt aufgenommen werden:

- Die Cd-Lampe am Gehäuse aus der Montageplatte herausnehmen.
- Ein Teslameter im Luftspalt zwischen den beiden Polschuhen (ca. 10 mm) so platzieren, dass der Magnetfeldsensor zentriert positioniert ist.
- Das DC-Netzgerät einschalten, und den Strom I durch die Spulen in 0,5-A-Schritten hochregeln. Bei jedem Schritt die Werte für die magnetische Flussdichte B messen, notieren und gegen die eingestellten Stromstärken graphisch auftragen.
- Strom herunterregeln und DC-Netzgerät ausschalten.
- Die Cd-Lampe wieder in die Montageplatte einführen.

Tab 1: Kalibrierung des Elektromagneten. Eingestellte Stromstärken I und gemessene magnetische Flussdichten B

I / A	B / mT	I / A	B / mT
0,0	0	5,0	458
0,5	46	5,5	489
1,0	101	6,0	518
1,5	148	6,5	540
2,0	194	7,0	556
2,5	239	7,5	574
3,0	288	8,0	589
3,5	334	8,5	602
4,0	377	9,0	614
4,5	422	9,5	625

MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

Die folgenden Arbeitsschritte sind für jedes gespeicherte Einzelbild durchzuführen:

- Ein Einzelbild in der Kamera-Software öffnen (in der Menüleiste „Datei“ anklicken und „Bild öffnen“ auswählen).
- In der Menüleiste „Optionen“ anklicken, in dem sich öffnenden Fenster „Längeneinheit“ auswählen, unter „Aktuell“ einen Haken bei „Pixel“ setzen und die Einstellung durch Anklicken von „OK“ bestätigen.
- In der Symbolleiste die Schaltfläche „Kreis“ anklicken und „3 Punkte“ auswählen. Einen Kreis auf den innersten Interferenzring legen. Dieser wird im Folgenden mit „C1“ bezeichnet.

Das Fenster „Messung“ öffnet sich automatisch.



Fig. 5: Triplet-Aufspaltung der roten Cadmium-Linie ($I = 5,0 A \triangleq B = 458 mT$). Mit Kreisen markierte Interferenzringe zur Bestimmung der eingeschlossenen Flächen

- Unter „Aussehen“ ggf. das Erscheinungsbild anpassen (z.B. Linienbreite/-farbe, Label ein-/ausblenden).
- Unter „Geometrie“ den Zahlenwert für die Fläche in Pixel notieren (Tab. 2). In derselben Weise weitere Interferenzringe markieren (C2–C9, Fig. 5) und die Flächen notieren (Tab. 2). Die Schaltfläche „Verfolgung“ (Hand-Symbol) anklicken, um den Vorgang abzuschließen.
- In der Menüleiste „Ebene“ anklicken, „Zusammenführen mit Bild“ auswählen und „OK“ anklicken.
- In der Menüleiste „Datei“ anklicken, „Speichern unter“ auswählen und das Einzelbild als JPEG unter einem aussagekräftigen Namen speichern.

Hinweis:

Die Einheit der Fläche ist für die weitere Auswertung irrelevant, da keine absoluten, sondern nur relative Werte und Verhältnisse berechnet werden. Die absoluten Werte der Flächen (Tab. 2) können je nach Position der Optiken deutlich abweichen.

- Die Flächendifferenzen Δ der sich entsprechenden Komponenten benachbarter Interferenzordnungen (Kreise $C4 \leftrightarrow C1$, $C5 \leftrightarrow C2$, $C6 \leftrightarrow C3$, $C7 \leftrightarrow C4$, $C8 \leftrightarrow C5$, $C9 \leftrightarrow C6$) berechnen (Gl. (22), Tab. 3).
- Die Flächendifferenzen δ benachbarter Komponenten der gleichen Interferenzordnungen (Kreise $C2 \leftrightarrow C1$, $C3 \leftrightarrow C2$, $C5 \leftrightarrow C4$, $C6 \leftrightarrow C5$, $C8 \leftrightarrow C7$, $C9 \leftrightarrow C8$) berechnen (Gl. (23), Tab. 4).
- Aus allen Flächendifferenzen in Tab. 3 und 4 jeweils den Mittelwert bilden (Gl. (25), (26)) und in die Tabellen eintragen.
- Das Verhältnis δ / Δ der Mittelwerte für alle eingestellten Stromstärken bzw. magnetischen Flussdichten berechnen (Tab. 5). Die entsprechenden Werte für die magnetische Flussdichte der Kalibrierkurve des Elektromagneten (Fig. 4, Tab. 1) entnehmen.
- Das Verhältnis δ / Δ in Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte B graphisch darstellen und eine Ursprungsgerade anpassen (Fig. 6).

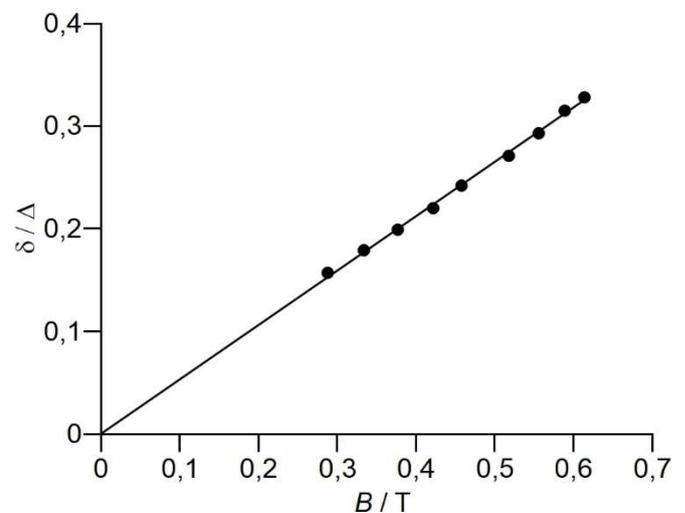


Fig. 6: Verhältnis δ / Δ der Flächendifferenzen in Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte B . Die Steigung der angepassten Ursprungsgeraden beträgt $a = 0,53 / T$.

- Das Bohrsche Magneton mit Hilfe von Gleichung (29) aus der Steigung $a = 0,53 / T$ der angepassten Geraden bestimmen: Der Wert stimmt bis auf ca. 3% mit dem Literaturwert $9,3 \cdot 10^{24} \text{ J/T}$ überein.

$$\begin{aligned}
 \mu_B &= \frac{1}{2} \cdot \frac{h \cdot c}{d \cdot n} \cdot a \\
 (30) \quad &= \frac{1}{2} \cdot \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4 \text{ mm} \cdot 1,4567} \cdot 0,53 / T \\
 &= 9,0 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}
 \end{aligned}$$

Tab. 2: Mit Hilfe der Kamera-Software bestimmte, von den Interferenzringen eingeschlossene Flächen

I / A	A / Pixel								
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
3,0	167734	200055	229205	367830	398701	430412	559306	592777	620040
3,5	161486	200196	234474	365742	400854	434853	554225	592457	622683
4,0	157753	199493	238088	358148	398737	439637	552909	592559	624921
4,5	151447	200768	241074	354744	399174	442546	548700	591057	629975
5,0	146500	201657	248223	352695	398436	448720	546544	591877	633671
6,0	140903	199539	254920	345700	400889	451353	539028	591891	637638
7,0	134134	199027	257459	340850	401293	454900	535505	591126	643582
8,0	131146	199745	261665	335577	400627	460375	532289	591173	647816
9,0	130739	200385	265108	332857	398694	463757	531064	590470	651822

Tab. 3: Flächendifferenzen Δ der sich entsprechenden Komponenten benachbarter Interferenzordnungen

I / A	Flächendifferenz Δ / Pixel						Mittelwert
	$\Delta_{C4,C1}$	$\Delta_{C5,C2}$	$\Delta_{C6,C3}$	$\Delta_{C7,C4}$	$\Delta_{C8,C5}$	$\Delta_{C9,C6}$	
3,0	200096	198646	201207	191476	194076	189628	195855
3,5	204256	200658	200379	188483	191603	187830	195535
4,0	200395	199244	201549	194761	193822	185284	195843
4,5	203297	198406	201472	193956	191883	187429	196074
5,0	206195	196779	200497	193849	193441	184951	195952
6,0	204797	201350	196433	193328	191002	186285	195533
7,0	206716	202266	197441	194655	189833	188682	196599
8,0	204431	200882	198710	196712	190546	187441	196454
9,0	202118	198309	198649	198207	191776	188065	196187

Tab. 4: Flächendifferenzen δ benachbarter Komponenten der gleichen Interferenzordnungen

I / A	Flächendifferenz δ / Pixel						Mittelwert
	$\delta_{C2,C1}$	$\delta_{C3,C2}$	$\delta_{C5,C4}$	$\delta_{C6,C5}$	$\delta_{C8,C7}$	$\delta_{C9,C8}$	
3,0	32321	29150	30871	31711	33471	27263	30798
3,5	38710	34278	35112	33999	38232	30226	35093
4,0	41740	38595	40589	40900	39650	32362	38973
4,5	49321	40306	44430	43372	42357	38918	43117
5,0	55157	46566	45741	50284	45333	41794	47479
6,0	58636	55381	55189	50464	52863	45747	53047
7,0	64893	58432	60443	53607	55621	52456	57575
8,0	68599	61920	65050	59748	58884	56643	61807
9,0	69646	64723	65837	65063	59406	61352	64338

Tab. 5: Verhältnis δ / Δ der Flächendifferenzen für verschiedene Ströme I bzw. magnetische Flussdichten B

I / A	B / T	δ / Δ
3,0	0,288	0,157
3,5	0,334	0,179
4,0	0,377	0,199
4,5	0,422	0,220
5,0	0,458	0,242
6,0	0,518	0,271
7,0	0,556	0,293
8,0	0,589	0,315
9,0	0,614	0,328

Atomic and Nuclear Physics

Atomic Shell



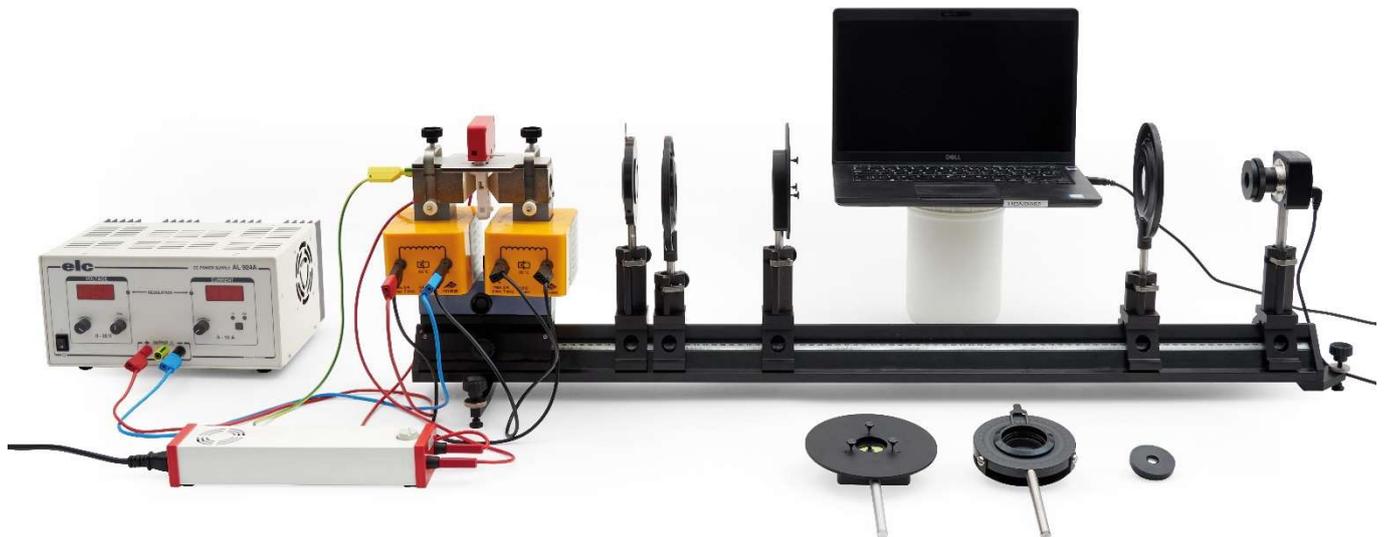
Normal and anomalous Zeeman Effect, Hyperfine Structure, Fabry-Pérot Interferometer and Bohr Magneton

INVESTIGATION OF THE NORMAL AND ANOMALOUS ZEEMAN-EFFECT IN LONGITUDINAL AND TRANSVERSAL CONFIGURATION, OBSERVATION OF THE HYPERFINE STRUCTURE, SPECTROSCOPY WITH A FABRY-PÉROT ETALON AND DETERMINATION OF THE BOHR MAGNETON

- Observation of doublet and triplet splitting of the red cadmium line in an external magnetic field
- Investigation of the polarisation of the doublet and triplet components
- Observation of the hyperfine structure
- Observation of quartet and sextet splitting of the turquoise Cadmium line in an external magnetic field
- Investigation of the polarisation of the quartet and sextet components
- Experimental introduction to the Fabry-Pérot interferometer using the example of the normal Zeeman effect
- Measuring the interference rings of the Fabry-Pérot etalon as a function of the external magnetic field
- Determination of the Bohr Magneton

UE5020800

09/24 TL/UD



Normal Zeeman Effect

INVESTIGATION OF THE NORMAL ZEEMAN EFFECT IN LONGITUDINAL UND TRANSVERSAL CONFIGURATION

- Observation of doublet and triplet splitting of the red cadmium line in an external magnetic field.
- Investigation of the polarization of the doublet and triplet components.

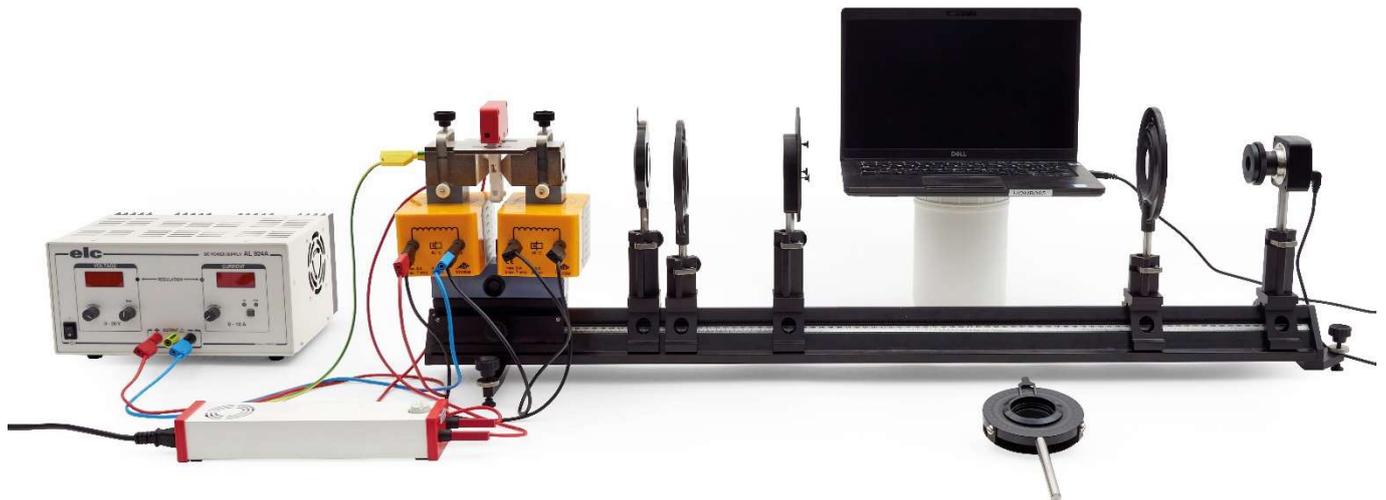


Fig. 1: Experimental setup for the normal Zeeman effect in longitudinal configuration

GENERAL PRINCIPLES

The Zeeman effect refers to the splitting of atomic energy levels or spectral lines under the influence of an external magnetic field. It was discovered in 1896 by its namesake Pieter Zeeman as a broadening of the sodium D lines and classically explained by Hendrik Antoon Lorentz with the help of the Lorentz force, which the magnetic field exerts on the electrons in the atomic shell. In this so-called normal Zeeman effect, as is the case for the red cadmium line ($\lambda = 643.8 \text{ nm}$), for example, a double splitting into a line doublet is observed parallel to the magnetic field (longitudinal) and a triple splitting into a line triplet is observed perpendicular to the magnetic field (transversal). More complex splittings are referred to as the anomalous Zeeman effect, which could only be explained with the help of the existence of the electron spin postulated by Goudsmit and Uhlenbeck in 1925. Quantum mechanically, the anomalous Zeeman effect is based on the interaction of the magnetic field with the magnetic moment of the electron shell generated by the orbital angular momentum and spin of

the electrons. In this respect, the anomalous Zeeman effect represents the normal case, the normal Zeeman effect a special case.

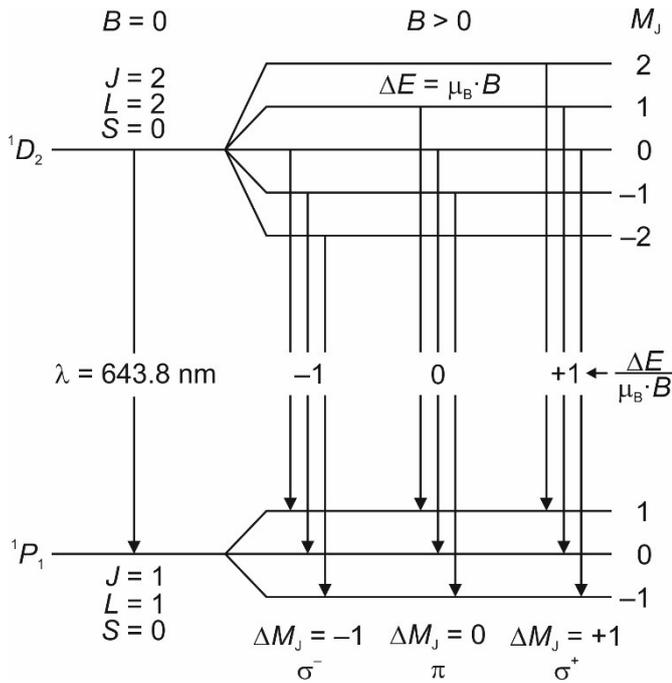


Fig. 2: Normal Zeeman effect at the red cadmium spectral line. Splitting of the energy levels and transitions permitted according to the selection rules for electric dipole radiation

The normal Zeeman effect only occurs for transitions between atomic states whose total spin adds up to $S = 0$. The red Cd line corresponds to the transition $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ with the wavelength $\lambda = 643.8 \text{ nm}$ (Fig. 2). Since both levels have a total spin with the quantum number $S = 0$, the normal Zeeman effect can be observed here, and the total angular momentum $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ corresponds to the total orbital angular momentum, i.e. $\mathbf{J} = \mathbf{L}$. It generates a magnetic moment

$$(1) \quad \boldsymbol{\mu} = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot \mathbf{J}$$

with the Bohr magneton

$$(2) \quad \mu_B = \frac{e}{2 \cdot m_e} \cdot \hbar = 9.274 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

e : elementary charge

m_e : mass of the electron

$\hbar = h/2\pi$: reduced Planck constant

In an external magnetic field

$$(3) \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$$

the energy

$$(4) \quad E = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = \mu_z \cdot B$$

is associated with the magnetic moment. Due to the directional quantization, the component J_z of the total angular momentum parallel to the magnetic field can only have the values

$$(5) \quad J_z = M_J \cdot \hbar \text{ mit } M_J = -J, -(J-1), \dots, (J-1), J.$$

J : Total angular momentum quantum number

The energy level with the total angular momentum quantum number J thus splits into $2J+1$ equidistant components, which differ in the magnetic quantum number M_J (Fig. 2). With Eq. (1) follows

$$(6) \quad \mu_z = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z,$$

thus, according to Eq. (4)

$$(7) \quad E = \mu_z \cdot B = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z \cdot B$$

and finally with Eq. (5):

$$(8) \quad E = \mu_B \cdot M_J \cdot B.$$

The energy distance between two levels with energies E_1 and E_2 ($E_1 > E_2$) is therefore calculated as follows:

$$(9) \quad \Delta E = E_1 - E_2 = (M_{J,1} - M_{J,2}) \cdot \mu_B \cdot B = \Delta M_J \cdot \mu_B \cdot B.$$

According to Eq. (5), level 1D_2 is split into five and level 1P_1 into three components, each with the equidistant energy difference given by Eq. (9).

According to the selection rules for electric dipole radiation, transitions between these levels are permitted with

$$(10) \quad \Delta M_J = \begin{cases} +1 & \text{(right circularly polarized light, } \sigma^+) \\ 0 & \text{(linearly polarized light, } \pi) \\ -1 & \text{(left circularly polarized light, } \sigma^-) \end{cases},$$

where the emitted light is polarized as indicated above. Since three of the nine theoretically possible transitions coincide in terms of energy, a total of three spectral lines can be observed (Fig. 2), one unshifted π component and, according to $E = \hbar \cdot \omega$ two σ components shifted by

$$(11) \quad \Delta\lambda = -\frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi \cdot \hbar \cdot c} \cdot \Delta E$$

c : vacuum speed of light

with a correspondingly higher or lower wavelength. Eq. (11) results in a shift of $|\Delta\lambda| = 0.0065 \text{ nm}$ by inserting Eq. (9) and (2) for the flux density $B = 334 \text{ mT}$ set in the experiment.

The spatial distribution of the emitted light is different for the π and the two σ components. The case $\Delta M_J = 0$ classically corresponds to a Hertzian dipole oscillating parallel to the magnetic field. Accordingly, linearly polarized light is emitted perpendicular to the magnetic field (transversal) and no light is emitted parallel to the magnetic field (longitudinal) (Fig. 3). The cases $\Delta M_J = \pm 1$ correspond to two dipoles oscillating perpendicular to each other with a phase difference of 90° . Accordingly, light that is circularly polarized parallel to the magnetic field is emitted both parallel and perpendicular to the magnetic field, namely left circularly polarized for $\Delta M_J = -1$ and right circularly polarized for $\Delta M_J = +1$.

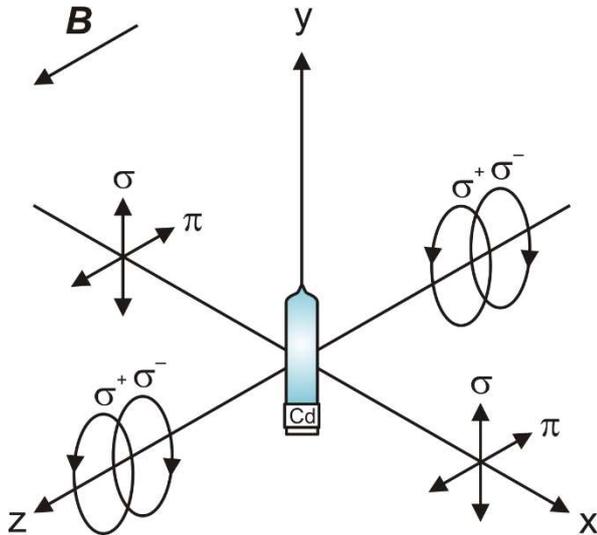


Fig. 3: Polarization of electric dipole radiation depending on the direction of propagation

A quarter-wavelength filter with a downstream polarization filter is therefore required to analyze the polarization of light when observing in the longitudinal direction, as the observation is made perpendicular to the polarization plane of the σ components (Fig. 3). The quarter-wavelength filter converts the circularly polarized light into linearly polarized light, which can then be analyzed using the polarization filter. When the quarter-wavelength filter is set to -45° , the σ^+ component is converted accordingly and can be observed, while the σ^- component disappears. When the quarter-wavelength filter is set to $+45^\circ$, the opposite is true. Only one polarization filter is required for observation in the transverse direction, as the observation is made parallel to the plane of polarization of the σ components, and these appear therefore linearly polarized (Fig. 3). The π component is always linearly polarized. When the polarization filter is set to 0° , the σ components can be observed accordingly, while the π component disappears. When the polarization filter is set to 90° , the opposite is true.

In the experiment, the splitting is observed with the help of a digital camera preceded by a Fabry-Pérot etalon and imaging optics. The Fabry-Pérot etalon is designed to fulfill the resonance condition for the specific wavelength of 643.8 nm of the red Cd line. When the light from the cadmium lamp passes through the Fabry-Pérot etalon, interference rings are created which, like the spectral line, are split as a function of the external magnetic field and imaged onto the camera sensor by the optics. Observation parallel or perpendicular to the external magnetic field is made possible by a rotating electromagnet. The splitting is observed qualitatively and the polarization of the doublet and triplet components is examined using a quarter-wavelength filter with polarization attachment and a polarization filter.

EQUIPMENT LIST

1	Cadmium lamp with accessories @230 V	1021366
or		
1	Cadmium lamp with accessories @115 V	1021747
1	Fabry-Pérot etalon 644 nm	1020903
1	DC power supply, linear regulated, 1 – 30V, 0 – 10A @230V	1025380
or		
1	DC power supply, 0 – 20 V, 0 – 5 A @115 V	1003311
1	U Core D	1000979
2	Coil D, 900 turns	1012859
1	Electromagnet accessory for Zeeman effect	1021365
1	Microscope camera BRESSER MikroCam SP 3.1	1024060
1	Lens 12 mm for Bresser microscope camera	1024059
1	Stainless steel rod with ¼ inch thread, 100 mm	1025431
1	Red filter mounted on holder	1025376
2	Convex lens on stem f = +100 mm	1003023
1	Quarter-wavelength filter on stem	1021353
1	Polarising attachment	1021364
1	Polarisation filter on stem	1008668
1	Optical precision bench D, 1000 mm	1002628
1	Support for optical bench D, set	1012399
1	Optical base D	1009733
3	Optical rider D, 90/36	1012401
2	Optical rider D, 60/36	1002639
1	Safety experiment leads, 75 cm, blue, red, (2 pcs)	1017718
1	Safety experiment leads, 75 cm, black, (2 pcs)	1002849

SAFETY INSTRUCTIONS

- Before setting up the experiment, read and observe the operating instructions for the devices and in particular the safety instructions formulated therein.
- Protect the Cd lamp from mechanical shocks. Do not touch the glass bulb of the Cd lamp with bare hands.
- Only operate the Cd lamp with the ballast supplied. Before putting the Cd lamp mounted on the electromagnet in operation, it is essential to establish the protective earthing. To do this, connect the PE sockets on the ballast and the pole piece of the electromagnet accessory for Zeeman effect (1021365) to each other using the yellow-green safety experiment lead (protective earth conductor) supplied.
- Before putting the electromagnet in operation, ensure that the pole pieces are in the correct position as described in the operating instructions for the electromagnet accessory for Zeeman effect (1021365).

The maximum current through the coils D with 900 turns is 5 A (7 minutes). It can be doubled for short periods (30 seconds). The coils have an internal reversible thermal fuse which trips at a winding temperature of 85°C. The reset time is 10-20 minutes, depending on the ambient temperature.

- Carry out the measurement quickly enough to prevent the thermal fuse from tripping due to high currents flowing for too long.
- Do not operate the coils without a transformer core.

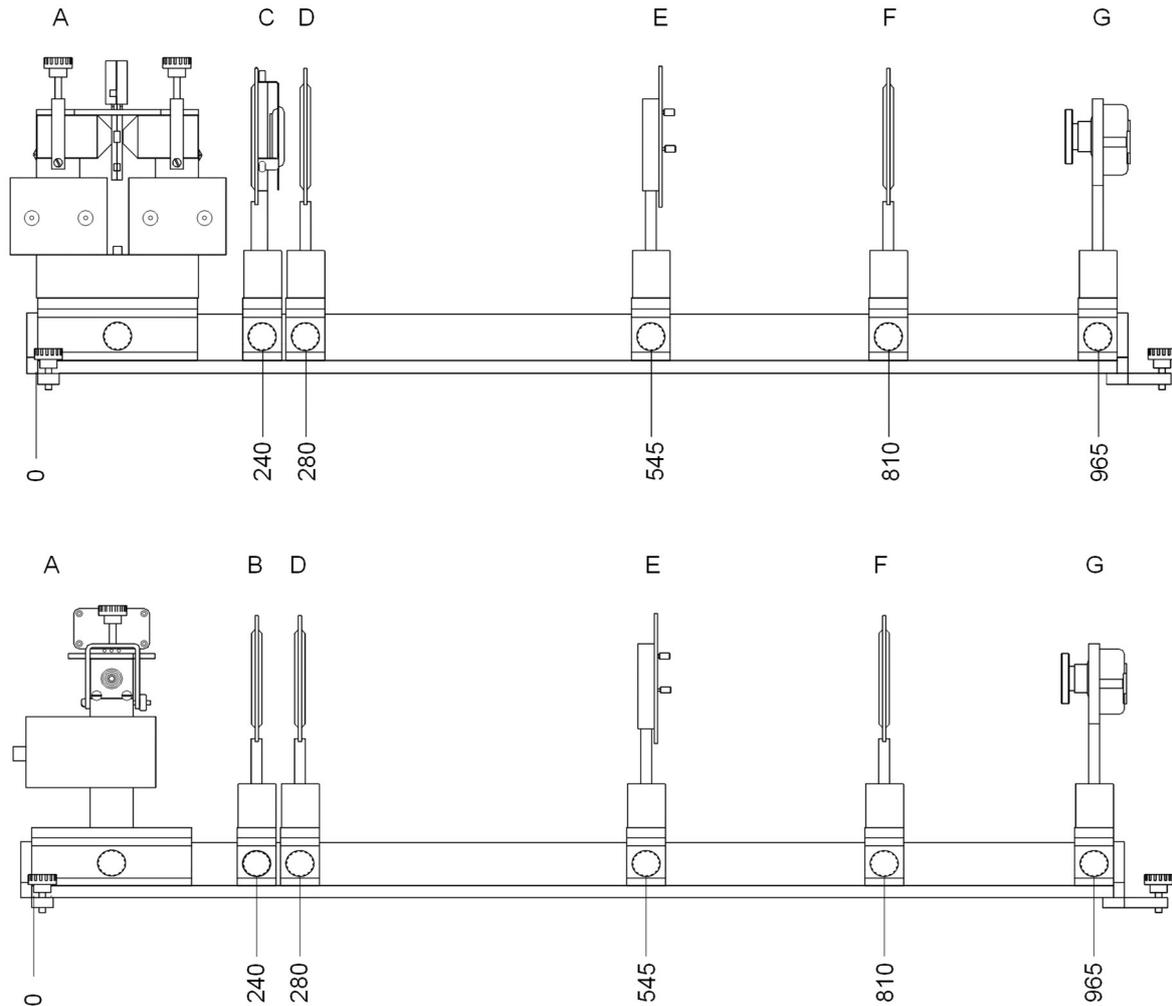


Fig. 4: Experimental setup for the normal Zeeman effect in longitudinal (top) and transversal (bottom) configuration. A: Electromagnet with Cd lamp, B: Polarization filter, C: Quarter wavelength filter with polarizing attachment, D: Convex lens $f = 100$ mm (condenser lens), E: Fabry-Pérot etalon, F: Convex lens $f = 100$ mm (imaging lens), G: Camera with 12 mm lens. See text for exact positioning of components

GENERAL NOTES

The camera software must be installed on the measuring computer.

It is recommended to carry out the experiment in a dark room in order to minimize stray light from the surroundings and to achieve optimum exposure and contrast of the camera's live image.

Due to the temperature sensitivity of Fabry-Pérot etalons, the center of the interference rings may look differently depending on the ambient temperature and may therefore differ from the screenshots in this manual.

SETUP

Mounting the electromagnet and the Cd lamp

- Mount the supports for optical bench (1012399), the long one on the left-hand side of the optical bench, the short one on the right-hand side (scale at the front). Set up the optical bench on a level experimental site.

- Position and fix the optical base (1009733) on the optical bench so that it is flush left with the front plate (Fig. 4).
- Assemble the electromagnet in longitudinal configuration (Fig. 4 top) on the optical base as described in the operating instructions for the electromagnet accessory for Zeeman effect (1021365).
- Mount the cadmium lamp on the electromagnet as described in the operating instructions for the Cd lamp with accessories (1021366 / 1021747).
- Connect the PE sockets on the ballast of the Cd lamp and on the pole piece of the electromagnet using the supplied yellow-green safety experiment lead (protective conductor).
- Connect the Cd lamp to the ballast using the 4 mm safety experiment leads. Connect the ballast to the mains using the mains cable. Do not switch on the ballast yet.

- Connect the “0” tap of the left coil to the “900” tap of the right coil and the “0” tap of the right coil to the “900” tap of the left coil. Then connect the “0” tap of the left coil to the “-” output of the DC power supply unit and the “900” tap of the left coil to the “+” output of the DC power supply unit (Fig. 1). Connect the DC power supply unit to the mains using the mains cable. Do not switch on the DC power supply unit yet.

Mounting the camera and optics

- Screw the tripod rod (1025431) into the 1/4” tripod thread at the bottom of the camera.
- Screw the 12 mm lens (1024059) into the C-mount thread on the front of the camera.
- Screw the red filter (1025376) onto the 12 mm lens.
- Mount the polarizing attachment (1021364) on the quarter-wavelength filter (1021353) as described in the operating instructions.

The polarization filter on stem (1008668), the two convex lenses on stem, $f = 100$ mm (1003023) and the Fabry-Pérot etalon (1020903) require no further assembly.

Starting up the experiment and adjustment

- Switch on the ballast of the Cd lamp and wait approx. 5 minutes.

After a warm-up time of approx. 5 minutes, the Cd lamp has reached 90% of its light output.

- Position and fix a long optical rider (1012401) for the camera on the optical bench so that it is flush right with the front plate. Insert the camera into the optical rider as far as it will go, then move it upwards by approx. 2 cm and fix it.
- Center the 12 mm lens so that it has sufficient clearance in both directions of rotation.
- Position and fix a short optical rider (1002639) for the imaging lens (convex lens $f = 100$ mm, 1003023) at 810 mm. Insert the imaging lens into the optical rider as far as it will go and fix it.
- Start the computer and connect the camera to the computer using the USB cable.
- Start the software. The camera is automatically detected and appears in the camera list. Select the camera and click on it.

The live image is displayed in the window and looks like Fig. 5 after the optimization described below.

- Darken the room if the live image is affected by stray light.

Note:

The screenshots in Fig. 5 - Fig. 7c were taken in a completely darkened room.

- Open the “Power Frequency (anti-flicker)” menu item in the camera window (scroll down if necessary) and click on “AC (50 Hz)” or “AC (60 Hz)”.

This setting minimizes the influence of the mains frequency on the camera’s live image.

- Select the optimum exposure time manually. Do not use the white balance, otherwise the effect of the red filter will be compensated.
- If necessary, optimize the sharpness by turning the 12 mm lens.
- If necessary, move the camera slightly up or down in the optical rider so that the image is centered.

Note:

Due to the optical imaging, a real, upside-down image is created. If the camera is moved upwards in the optical rider, the image moves downwards and vice versa.

- Position and fix a short optical rider (1002639) for the condenser lens (convex lens $f = 100$ mm, 1003023) at 280 mm on the optical bench. Insert the condenser lens into the optical rider as far as it will go and fix it. If necessary, move the imaging lens so that the light spot appears to fill the image and adjust the exposure time (live image as in Fig. 6).
- Position and fix a long optical rider (1012401) for the Fabry-Pérot etalon (1020903) at 545 mm on the optical bench. Insert the Fabry-Pérot etalon into the optical rider as far as it will go and fix it.

Note:

The interference rings may appear blurred and too bright. To optimize sharpness and exposure, the camera position, focus and exposure time have to be adjusted.

- Move the camera to 965 mm, if necessary move it slightly up or down in the optical rider so that the image is centered again, optimize the sharpness by turning the 12 mm lens and adjust the exposure time (live image as in Fig. 7).
- Do not yet place the quarter-wavelength filter with polarizing attachment or the polarization filter in the beam path.

The setup is now configured for the experiment.

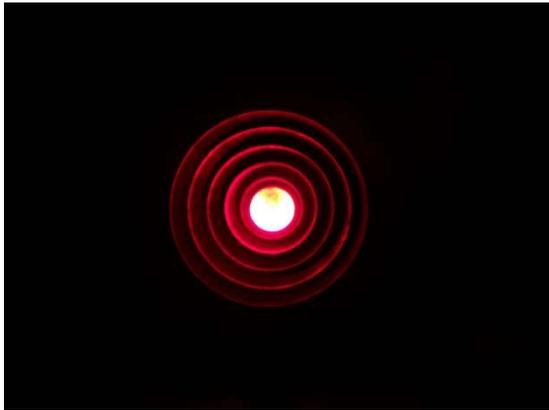


Fig. 5: Live image with camera and imaging lens. Stepped hole of the pole piece and light spot of the Cd lamp appear concentric and centered

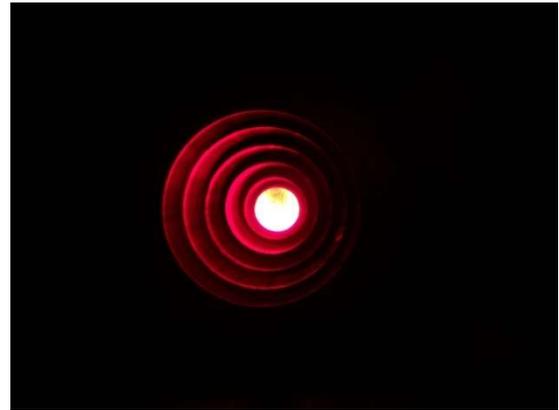


Fig. 5a: Electromagnet twisted. The stepped hole does not appear concentric. Correction: Turn the electromagnet so that it is centered

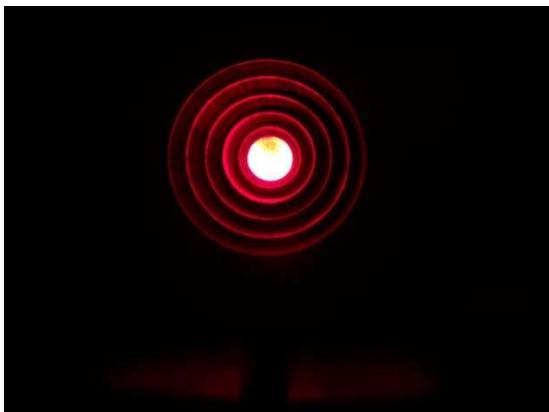


Fig. 5b: Camera too low in the optical rider. Correction: Move the camera up in the optical rider so that it is centered

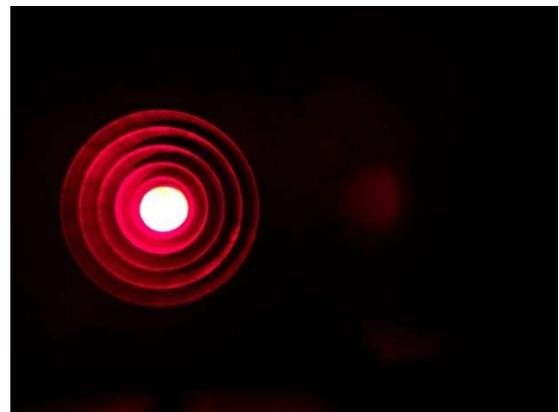


Fig. 5c: Camera twisted in the optical rider. Correction: Rotate the camera in the optical rider so that it is centered



Fig. 5d: Imaging lens twisted in the optical rider. Correction: Rotate the imaging lens in the optical rider so that it is aligned perpendicular to the optical axis



Fig. 6: Live image with condenser lens



Fig. 6a: Condenser lens twisted in the optical rider. Correction: Rotate the condenser lens in the optical rider so that it is aligned perpendicular to the optical axis



Fig. 7: Live image with Fabry-Pérot etalon



Fig. 7a: Poor focusing. Correction: Turn the 12 mm lens so that the interference rings are clearly visible



Fig. 7b: Etalon twisted in the optical rider. Correction: Rotate the etalon in the optical rider so that it is aligned perpendicular to the optical axis



Fig. 7c: Etalon tilted. Correction: Adjust using the three adjusting screws on the housing.

EXPERIMENT PROCEDURE, MEASUREMENT EXAMPLE AND EVALUATION

Observation in longitudinal direction

Carry out the following steps, observe how the interference rings change and take screenshots (Fig. 8).

- Do not apply an external magnetic field.

Only the interference rings generated by the Fabry-Pérot etalon are observed, each of which corresponds to the red Cd spectral line (Fig. 8a).

- Apply an external magnetic field by switching on the DC power supply unit and increasing the current through the coils to 3.5 A ($B = 334$ mT).

Note:

When a magnetic field is applied, the exposure time should be ≥ 20 ms, as otherwise “flickering lines” may occur due to an interference of the camera’s “rolling shutter sensor”.

The splitting into the line doublet with the two shifted components σ^- and σ^+ is observed, the unshifted π component is not observed (Fig. 8b).

- With the magnetic field applied, position the quarter-wavelength filter with polarization attachment between the electromagnet and the convex lens using a long optical rider (1012401) (Fig. 4 C).

Note:

The quarter-wavelength filter must be on the side of the Cd lamp.

- With the magnetic field applied, set the quarter-wavelength filter with polarization attachment to -45° .

The σ^- component disappears (Fig. 8c).

- With the magnetic field applied, set the quarter-wavelength filter with polarization attachment to $+45^\circ$.

The σ^+ component disappears (Fig. 8d).

- Remove the quarter-wavelength filter with polarization attachment from the beam path.
- Reduce the current to zero and switch off the DC power supply unit.

Observation in transversal direction

- Turn the electromagnet so that the pole pieces are oriented perpendicular to the direction of the optical axis (Fig. 4).
- Do not apply an external magnetic field.

Only the interference rings generated by the Fabry-Pérot etalon are observed, each of which corresponds to the red Cd spectral line (Fig. 8e, Fig. 9).

- Apply an external magnetic field by switching on the DC power supply unit and increasing the current through the coils to 3.5 A ($B = 334$ mT).

The splitting into the line triplet with the unshifted π component and the two shifted components σ^- and σ^+ is observed (Fig. 8f, Fig. 9).

- With the magnetic field applied, position the polarization filter between the electromagnet and the convex lens (Fig. 4 B) and set it to 0° , i.e. perpendicular to the magnetic field.

The π component disappears (Fig. 8g, Fig. 9).

- With the magnetic field applied, set the polarization filter to 90° , i.e. parallel to the magnetic field.

The two σ components disappear (Fig. 8h, Fig. 9).

- Remove the polarization filter from the beam path.
- Reduce the current to zero and switch off the DC power supply unit.

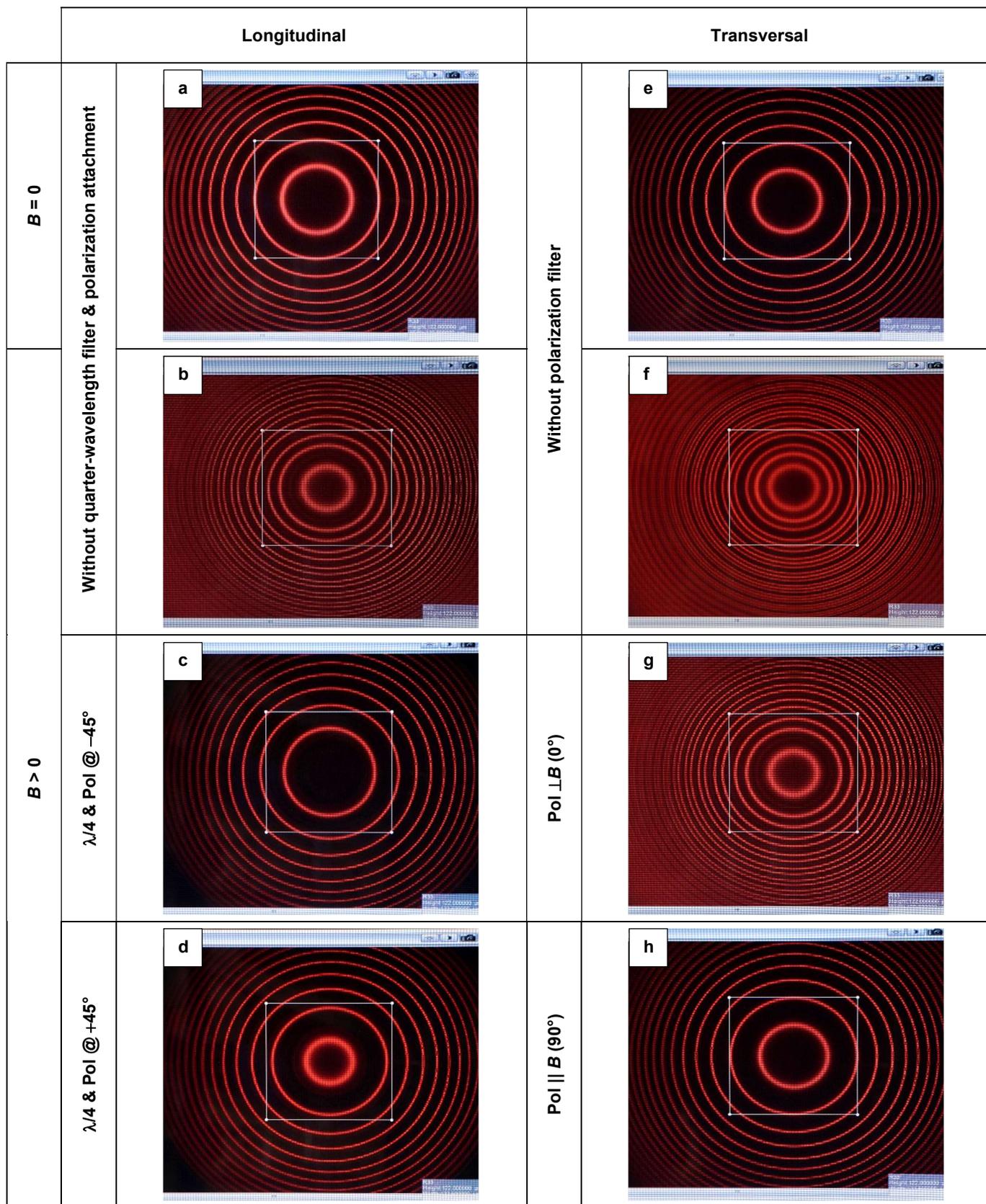


Fig. 8: Observation of the doublet and triplet splitting of the red cadmium line in the external magnetic field and investigation of the polarization. For better orientation, the second interference ring counted from the center is marked with a frame

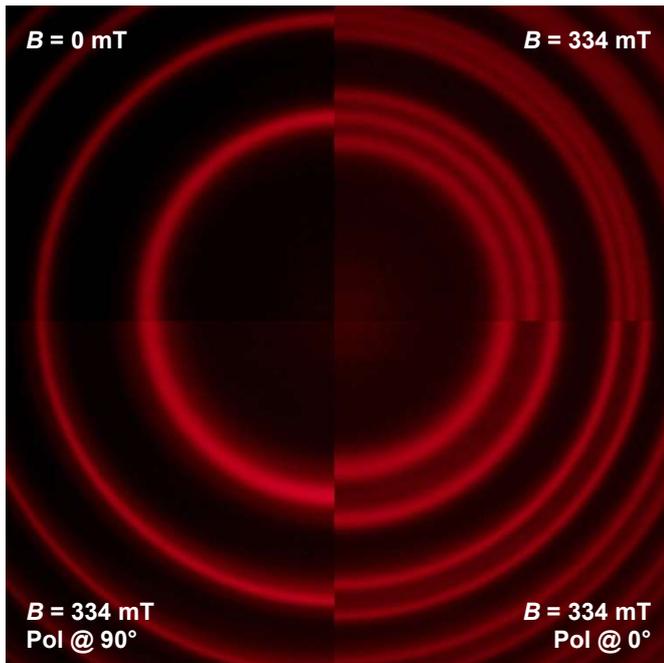


Fig. 9: Normal Zeeman effect when observed in transversal direction. Splitting of the interference rings and polarization states at a glance

Anomalous Zeeman Effect and Hyperfine Structure

INVESTIGATION OF THE ANOMALOUS ZEEMAN EFFECT IN LONGITUDINAL AND TRANSVERSAL CONFIGURATION

- Observation of the hyperfine structure
- Observation of quartet and sextet splitting of the turquoise Cadmium line in an external magnetic field
- Investigation of the polarization of the quartet and sextet components

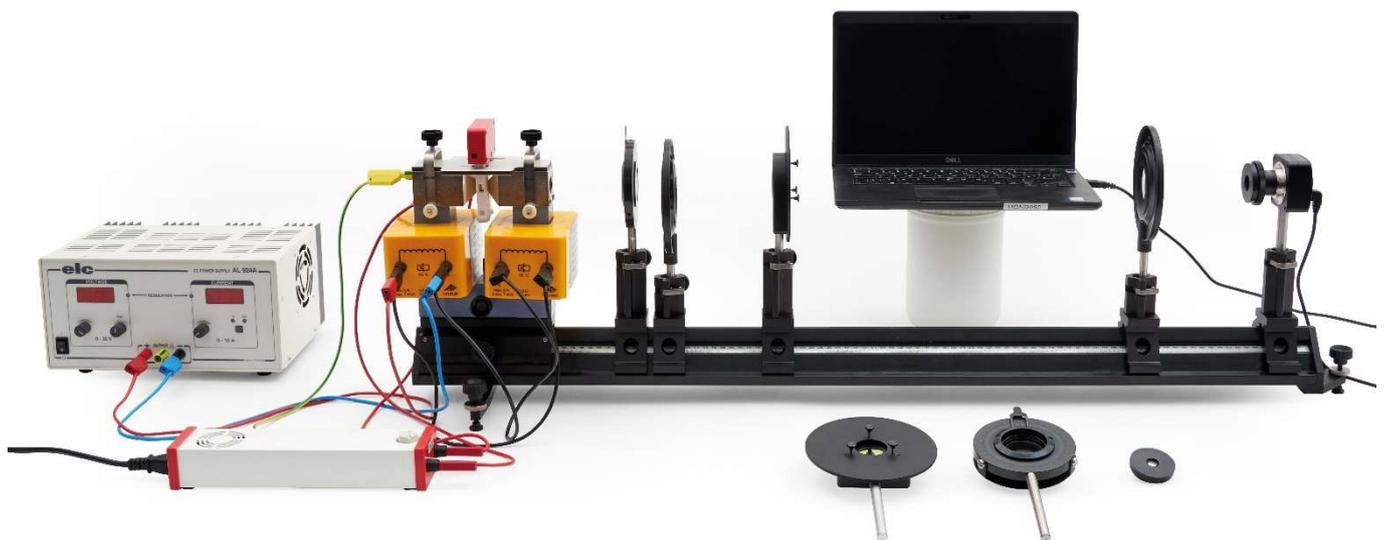


Fig. 1: Experimental setup for the anomalous Zeeman effect in longitudinal configuration

GENERAL PRINCIPLES

The Zeeman effect refers to the splitting of atomic energy levels or spectral lines under the influence of an external magnetic field. It was discovered in 1896 by its namesake Pieter Zeeman as a broadening of the sodium D lines and classically explained by Hendrik Antoon Lorentz with the help of the Lorentz force, which the magnetic field exerts on the electrons in the atomic shell. In this so-called normal Zeeman effect, as is the case for the red cadmium line ($\lambda = 643.8 \text{ nm}$), for example, a double splitting into a line doublet is observed parallel to the magnetic field (longitudinal) and a triple splitting into a line triplet is observed perpendicular to the magnetic field (transversal). More complex splittings are referred to as the anomalous Zeeman effect, which could only be explained with the help of the existence of the electron spin postulated by Goudsmit and Uhlenbeck in 1925. Quantum mechanically, the anomalous Zeeman effect is based on the interaction of the magnetic field with the magnetic moment of the electron shell generated by the orbital angular momentum and spin of the electrons. In this respect, the anomalous Zeeman effect represents the normal case, the normal Zeeman effect a special case.

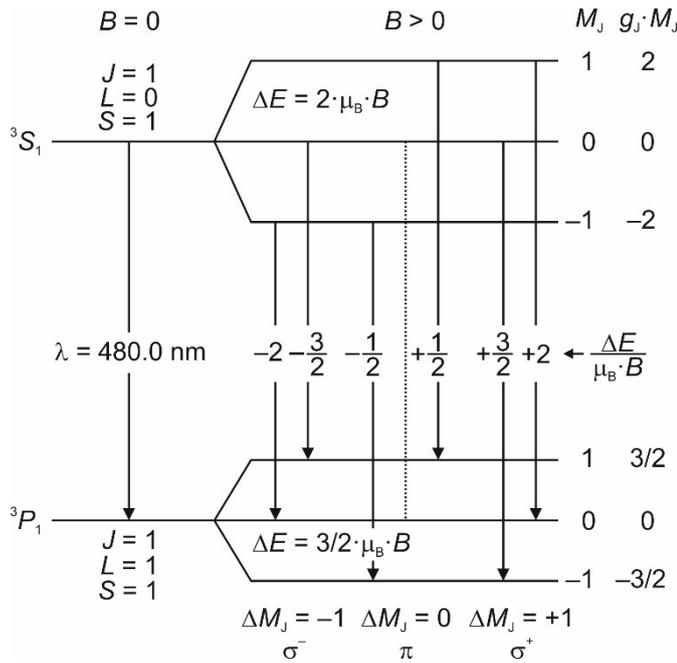


Fig. 2: Anomalous Zeeman effect at the turquoise cadmium spectral line. Splitting of the energy levels and transitions permitted according to the selection rules for electric dipole radiation

Hyperfine structure splitting

Even without an external magnetic field, additional lines can be observed, which are referred to as hyperfine structure. This is caused by the fact that the Cd lamp not only contains the isotope ¹¹⁴Cd with nuclear spin 0 (isotope ratio 28.7%), but also the isotopes ¹¹¹Cd (12.8%) and ¹¹³Cd (12.2%) with nuclear spin 1/2, with which the electrons interact. This results in four additional lines that are shifted by Δλ = -0.0078 nm, -0.0029 nm, +0.0061 nm and +0.0014 nm compared to the turquoise Cd line. The first three lines can be resolved and observed in the experiment, the fourth line and the turquoise Cd line are too close to each other.

Anomalous Zeeman effect

The anomalous Zeeman effect occurs for transitions between atomic states with total spin **S** ≠ 0. The turquoise Cd line corresponds to the transition ³S₁ → ³P₁ with the wavelength λ = 480.0 nm (Fig. 2). Since both levels have a total spin with the quantum number S = 1, the anomalous Zeeman effect can be observed here. In the case of Cd, LS coupling is present in the outer shells, as the inner electrons shield the outer electrons from the nucleus. The total angular momentum **J** = **L** + **S** generates a magnetic moment

$$(1) \quad \mu = \mu_L + \mu_S = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot (g_L \cdot L + g_S \cdot S)$$

with the Bohr Magneton

$$(2) \quad \mu_B = \frac{e}{2 \cdot m_e} \cdot \hbar = 9.274 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T}$$

e: elementary charge
 m_e: mass of the electron
 ħ = h/2π: reduced Planck constant

and g_L = 1, g_S = 2 for an electron. Because of g_L ≠ g_S, **J** and **μ** are not parallel. Only the component

$$(3) \quad \mu_J = g_J \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J$$

of **μ** parallel to **J** provides a contribution ΔE, where g_J is given by the Landé equation

$$(4) \quad g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

with the quantum numbers J for the total angular momentum, L for the total orbital angular momentum and S for the total spin.

In an external magnetic field

$$(5) \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$$

the energy

$$(6) \quad E = \mu_J \cdot \mathbf{B} = \mu_{J,z} \cdot B$$

is associated with the magnetic moment. Due to the directional quantization, the component J_z of the total angular momentum parallel to the magnetic field can only have the values

$$(7) \quad J_z = M_J \cdot \hbar \text{ with } M_J = -J, -(J-1), \dots, (J-1), J$$

The energy level with the total angular momentum quantum number J thus splits into 2J+1 equidistant components, which differ in the magnetic quantum number M_J (Fig. 2). With Eq. (3) follows

$$(8) \quad \mu_{J,z} = g_J \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z$$

thus, according to Eq. (6)

$$(9) \quad E = \mu_{J,z} \cdot B = g_J \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z \cdot B$$

and finally with Eq. (7):

$$(10) \quad E = g_J \cdot M_J \cdot \mu_B \cdot B$$

The energy difference between two levels with energies E₁ and E₂ (E₁ > E₂) is therefore calculated as follows:

$$(11) \quad \Delta E = E_1 - E_2 = (g_{J,1} \cdot M_{J,1} - g_{J,2} \cdot M_{J,2}) \cdot \mu_B \cdot B$$

According to Eq. (7), both levels ³S₁ and ³P₁ are split into three components, each with the equidistant energy difference given by Eq. (11).

According to the selection rules for electric dipole radiation, transitions between these levels are permitted with

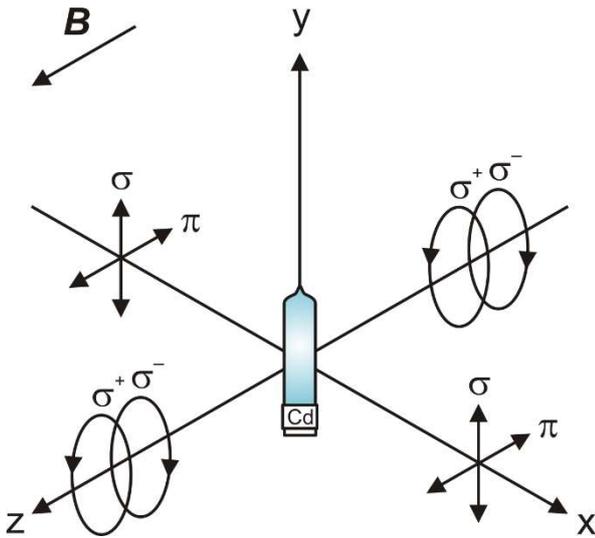


Fig. 3: Polarization of electric dipole radiation depending on the direction of propagation

$$(12) \Delta M_J = \begin{cases} +1 & \text{(right circularly polarized light, } \sigma^+) \\ 0 & \text{(linearly polarized light, } \pi) \\ -1 & \text{(left circularly polarized light, } \sigma^-) \end{cases}$$

where the emitted light is polarized as indicated above. An exception are transitions between levels with $M_J = 0$ and $\Delta J = 0$, which are forbidden (Fig. 2, dashed line).

According to $E = \hbar \cdot \omega$, a total of six spectral lines shifted by

$$(13) \Delta\lambda = -\frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi \cdot \hbar \cdot c} \cdot \Delta E$$

c: vacuum speed of light

can be observed, two π components and four σ components with a correspondingly higher or lower wavelength. For the smallest energy difference $|\Delta E| = \frac{1}{2} \cdot \mu_B \cdot B$ (Fig. 2), a shift of $|\Delta\lambda| = 0,0023 \text{ nm}$ results from equation (13) by inserting equations (11) and (2) for the flux density $B = 422 \text{ mT}$ set in the experiment.

The spatial distribution of the emitted light is different for the π and the σ components. The case $\Delta M_J = 0$ classically corresponds to a Hertzian dipole oscillating parallel to the magnetic field. Accordingly, linearly polarized light is emitted perpendicular to the magnetic field (transversal) and no light is emitted parallel to the magnetic field (longitudinal) (Fig. 3). The cases $\Delta M_J = \pm 1$ correspond to two dipoles oscillating perpendicular to each other with a phase difference of 90° . Accordingly, light that is circularly polarized parallel to the magnetic field is emitted both parallel and perpendicular to the magnetic field, namely left circularly polarized for $\Delta M_J = -1$ and right circularly polarized for $\Delta M_J = +1$.

A quarter-wavelength filter with a downstream polarization filter is therefore required to analyze the polarization of light when observing in the longitudinal direction, as the observation is made perpendicular to the polarization plane of the σ components (Fig. 3). The quarter-wavelength filter converts the circularly polarized light into linearly polarized light, which can then be analyzed using the polarization filter. When the quarter-wavelength filter is set to -45° , the σ^+ components are con-

verted accordingly and can be observed, while the σ^- components disappear. When the quarter-wavelength filter is set to $+45^\circ$, the opposite is true. Only one polarization filter is required for observation in the transverse direction, as the observation is made parallel to the plane of polarization of the σ components, and these appear therefore linearly polarized (Fig. 3). The π components are always linearly polarized. When the polarization filter is set to 0° , the σ components can be observed accordingly, while the π components disappear. When the polarization filter is set to 90° , the opposite is true.

In the experiment, the splitting is observed with the help of a digital camera preceded by a Fabry-Pérot etalon and imaging optics. The Fabry-Pérot etalon is designed to fulfill the resonance condition for the specific wavelength of 480.0 nm of the turquoise Cd line. When the light from the cadmium lamp passes through the Fabry-Pérot etalon, interference rings are created which, like the spectral line, are split as a function of the external magnetic field and imaged onto the camera sensor by the optics. Observation parallel or perpendicular to the external magnetic field is made possible by a rotating electromagnet. The splitting is observed qualitatively and the polarization of the quartet and sextet components is examined using a quarter-wavelength filter with polarization attachment and a polarization filter.

EQUIPMENT LIST

1	Cadmium lamp with accessories @230 V	1021366
or		
1	Cadmium lamp with accessories @115 V	1021747
1	Fabry-Pérot etalon 480 nm	1025375
1	DC power supply, linear regulated, 1 – 30V, 0 – 10A @230V	1025380
or		
1	DC power supply, 0 – 20 V, 0 – 5 A @115 V	1003311
1	U Core D	1000979
2	Coil D, 900 turns	1012859
1	Electromagnet accessory for Zeeman effect	1021365
1	Microscope camera BRESSER MikroCam SP 3.1	1024060
1	Lens 12 mm for Bresser microscope camera	1024059
1	Stainless steel rod with 1/4 inch thread, 100 mm	1025431
1	Bandpass interference filter, 480nm	1025377
2	Convex lens on stem f =+100 mm	1003023
1	Quarter-wavelength filter on stem	1021353
1	Polarising attachment	1021364
1	Polarisation filter on stem	1008668
1	Optical precision bench D, 1000 mm	1002628
1	Support for optical bench D, set	1012399
1	Optical base D	1009733
3	Optical rider D, 90/36	1012401
2	Optical rider D, 60/36	1002639
1	Safety experiment leads, 75 cm, blue, red, (2 pcs)	1017718
1	Safety experiment leads, 75 cm, black, (2 pcs)	1002849

SETUP AND SAFETY INSTRUCTIONS

The procedure of this experiment requires that the assembly of the components as well as the experimental setup and adjustment have been carried out according to the instructions for the experiment on the normal Zeeman effect, considering all the safety instructions formulated therein. Instead of the Fabry-Pérot etalon and the color filter for the red Cd line, the Fabry-Pérot etalon 480 nm (1025375) and the bandpass interference filter 480 nm (1025377) are to be used.

The maximum current through the coils D with 900 turns is 5 A (7 minutes). It can be doubled for short periods (30 seconds). The coils have an internal reversible thermal fuse which trips at a winding temperature of 85°C. The reset time is 10-20 minutes, depending on the ambient temperature.

- Carry out the measurement quickly enough to prevent the thermal fuse from tripping due to high currents flowing for too long.
- Do not operate the coils without a transformer core.

GENERAL NOTES

The camera software must be installed on the measuring computer.

It is recommended to carry out the experiment in a dark room in order to minimize stray light from the surroundings and to achieve optimum exposure and contrast of the camera's live image.

Due to the temperature sensitivity of Fabry-Pérot etalons, the center of the interference rings may look differently depending on the ambient temperature and may therefore differ from the screenshots in this manual.

The turquoise, which corresponds to the wavelength of 480 nm, cannot be displayed in the RGB color space of the camera and therefore appears blue.

EXPERIMENT PROCEDURE, MEASUREMENT EXAMPLE AND EVALUATION

Observation in longitudinal direction

Carry out the following steps, observe how the interference rings change and take screenshots (Fig. 4).

- Do not apply an external magnetic field.

Only the interference rings generated by the Fabry-Pérot etalon are observed, each of which corresponds to the turquoise Cd spectral line, as well as other interference rings that correspond to the spectral lines of the hyperfine structure (Fig. 4a).

Note:

In order to be able to identify the hyperfine structure optimally, it is recommended to overexpose the interference rings of the turquoise Cd line, i.e. to set a correspondingly longer exposure time.

- Apply an external magnetic field by switching on the DC power supply unit and increasing the current through the coils to 4.5 A ($B = 422$ mT).

Notes:

When a magnetic field is applied, the exposure time should be ≥ 20 ms, as otherwise "flickering lines" may occur due to an interference of the camera's "rolling shutter sensor". As the interference rings of the hyperfine structure affect the observation of the anomalous Zeeman effect, it is recommended to set a correspondingly shorter exposure time.

The fourfold splitting into the two σ^- and the two σ^+ components is observed, the two π components are not observed (Fig. 4b).

- With the magnetic field applied, position the quarter-wavelength filter with polarization attachment between the electromagnet and the condenser lens using a long optical rider (1012401).

Note:

The quarter-wavelength filter must be on the side of the Cd lamp.

- With the magnetic field applied, set the quarter-wavelength filter with polarization attachment to -45° .

The two σ^- components disappear (Fig. 4c).

- With the magnetic field applied, set the quarter-wavelength filter with polarization attachment to $+45^\circ$.

The two σ^+ components disappear (Fig. 4d).

- Remove the quarter-wavelength filter with polarization attachment from the beam path.
- Reduce the current to zero and switch off the DC power supply unit.

Observation in transversal direction

- Turn the electromagnet so that the pole pieces are oriented perpendicular to the direction of the optical axis.
- Do not apply an external magnetic field.

Only the interference rings generated by the Fabry-Pérot etalon are observed, each of which corresponds to the turquoise Cd spectral line, as well as other interference rings that correspond to the spectral lines of the hyperfine structure (Fig. 4e, Fig. 5).

- Apply an external magnetic field by switching on the DC power supply unit and increasing the current through the coils to 4.5 A ($B = 422$ mT).

The sixfold splitting into the two π , the two σ^- and the two σ^+ components is observed (Fig. 4f, Fig. 6).

- With the magnetic field applied, position the polarization filter between the electromagnet and the condenser lens and set it to 0° , i.e. perpendicular to the magnetic field.

The two π components disappear (Fig. 4g, Fig. 6).

- With the magnetic field applied, set the polarization filter to 90° , i.e. parallel to the magnetic field.

The two σ^- and the two σ^+ components disappear (Fig. 4h, Fig. 6).

- Remove the polarization filter from the beam path.
- Reduce the current to zero and switch off the DC power supply unit.

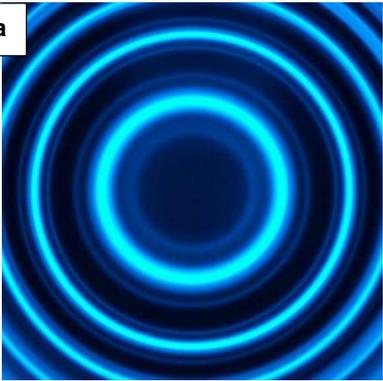
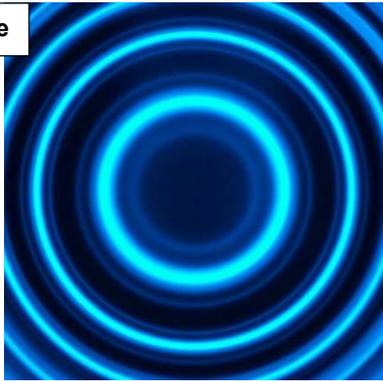
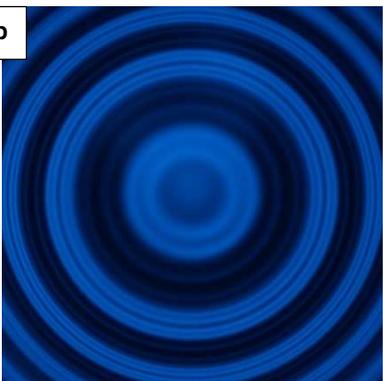
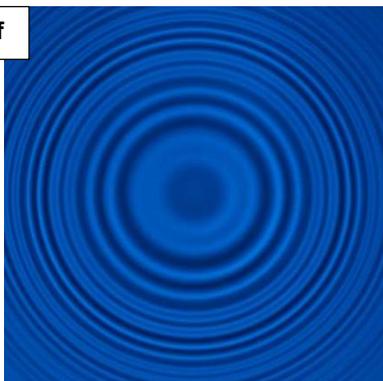
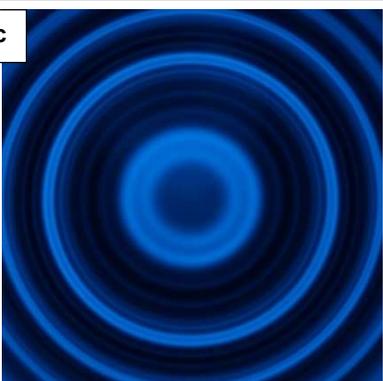
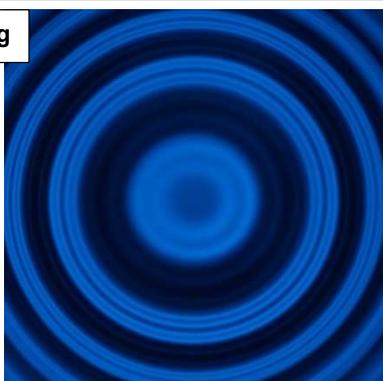
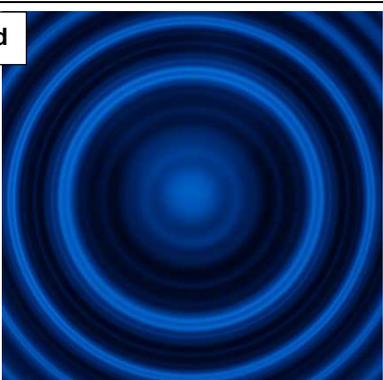
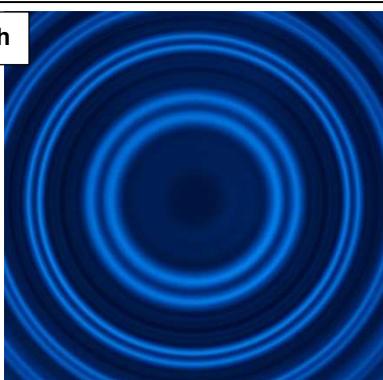
		Longitudinal	Transversal
$B = 0$	Without quarter-wavelength filter & polarization attachment		
	Without quarter-wavelength filter		
$B > 0$	$\lambda/4$ & Pol @ -45°		
	$\lambda/4$ & Pol @ $+45^\circ$		
		Pol \perp B (0°)	Pol \parallel B (90°)

Fig. 4: Observation of the fourfold and sixfold splitting of the turquoise cadmium line in the external magnetic field and investigation of the polarization

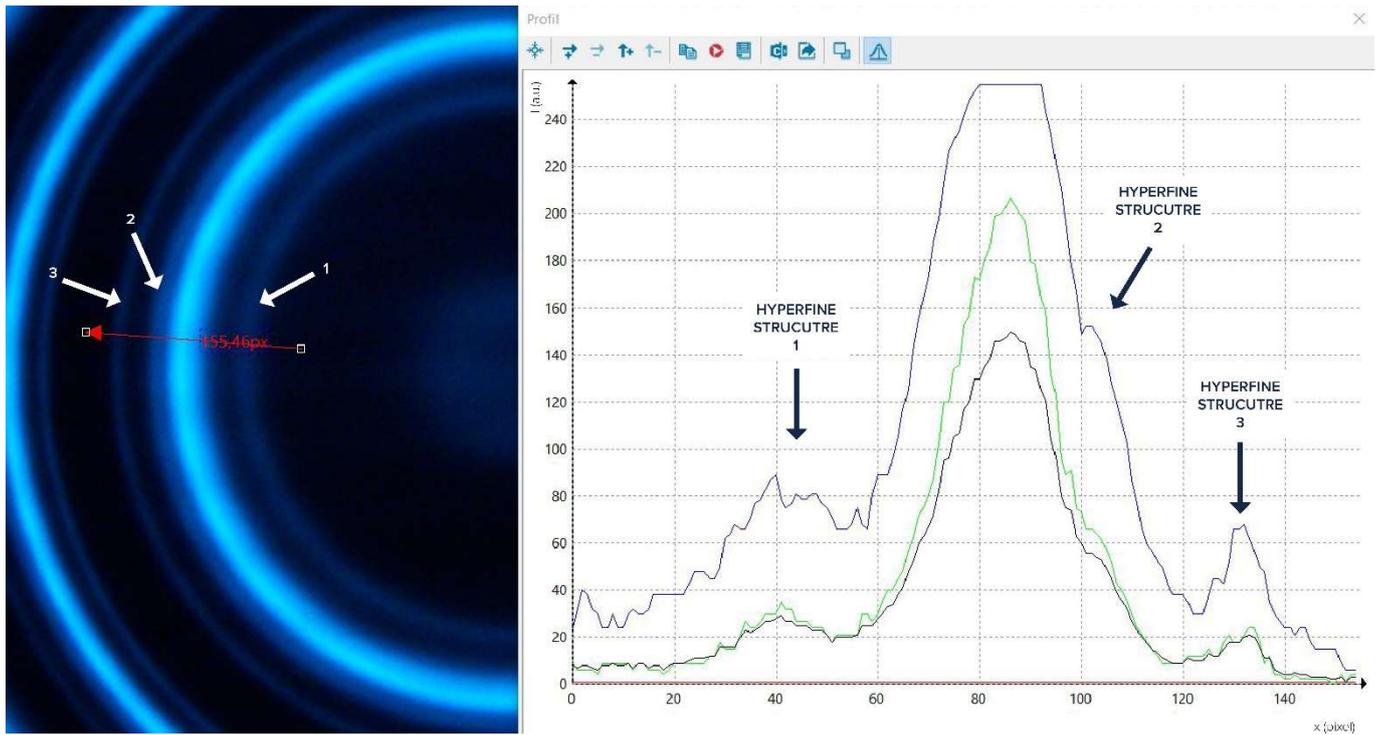


Fig. 5: Hyperfine structure splitting (left) and brightness profile (right, black curve) along the drawn arrow. Red, green and blue curve: Brightness profile of the red, green and blue color channel. The lines shifted by $\Delta\lambda = -0,0078 \text{ nm}$ (3) and $+0,0061 \text{ nm}$ (1) are clearly visible, the line shifted by $-0,0029 \text{ nm}$ (2) can be recognized as a shoulder. The line shifted by $+0,0014 \text{ nm}$ is so close to the turquoise Cd line that it cannot be resolved and therefore cannot be observed

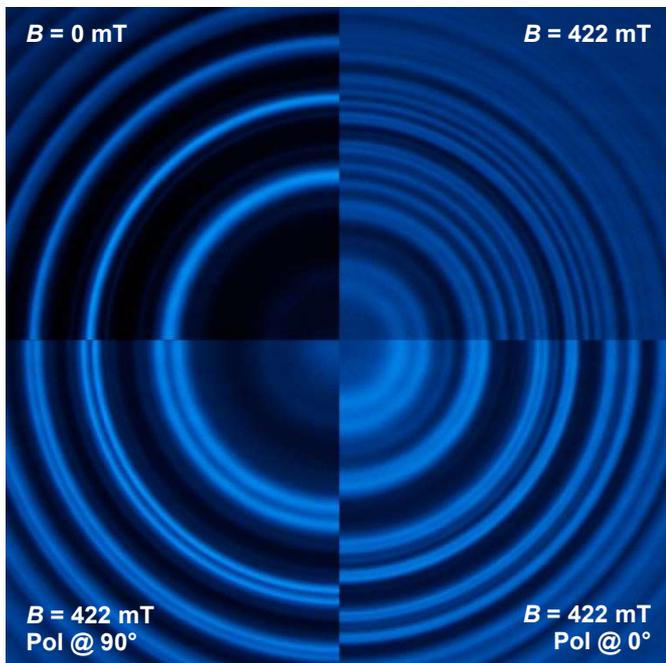


Fig. 6: Anomalous Zeeman effect when observed in transversal direction. Splitting of the interference rings and polarization states at a glance

Fabry-Pérot Interferometer, Determination of the Bohr Magneton

SPECTROSCOPY WITH A FABRY-PÉROT ETALON

- Experimental introduction to the Fabry-Pérot interferometer using the example of the normal Zeeman effect
- Measuring the interference rings of the Fabry-Pérot etalon as a function of the external magnetic field
- Determination of the Bohr Magneton

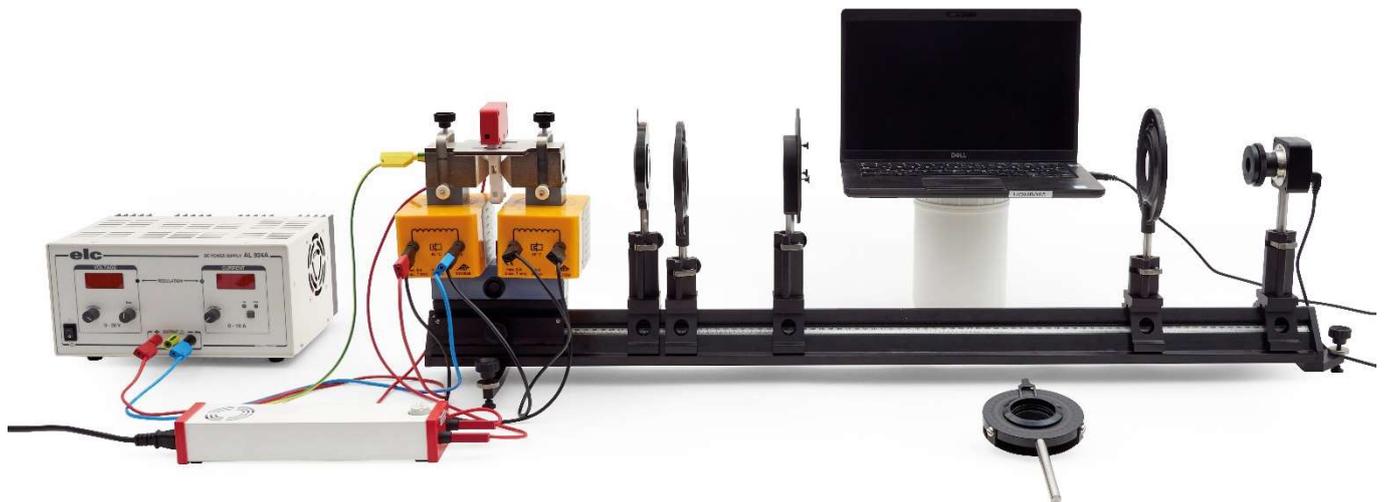


Fig. 1: Experimental setup for the normal Zeeman effect in longitudinal configuration

GENERAL PRINCIPLES

The Fabry-Pérot interferometer, developed by its namesakes Charles Fabry and Alfred Pérot, is an optical resonator consisting of two semi-transparent mirrors. A Fabry-Pérot interferometer with a fixed distance between the mirrors is known as a Fabry-Pérot etalon. As it is designed to fulfill the resonance condition for a specific wavelength, the etalon also acts as an optical filter. An incident light beam is reflected several times in the etalon so that the light beams transmitted with each reflection interfere with each other. This multi-beam interference produces an intensity distribution in transmission with narrow maxima and broad minima. Together with the high interference order at correspondingly large resonator dimensions, this results in a high optical quality and correspondingly high resolution. This means that small spectral splittings, such as those present in the normal Zeeman effect at the red Cd line ($\lambda = 643.8 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 0.0068 \text{ nm}$ at $B = 350 \text{ mT}$), can be resolved.

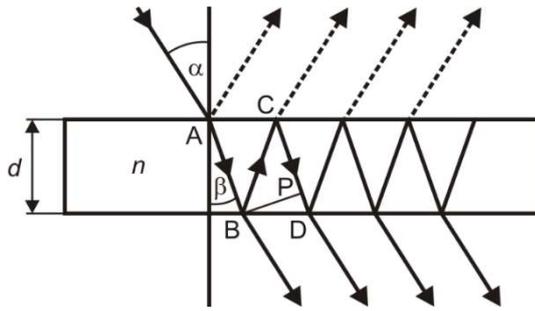


Fig. 2: Beam path in the Fabry-Pérot etalon

The focus of this experiment is on spectroscopy with a Fabry-Pérot etalon. The Fabry-Pérot etalon is positioned in front of the camera together with imaging optics, which is used to observe Zeeman splitting. When the light from the cadmium lamp passes through the Fabry-Pérot etalon, interference rings are created which, like the spectral line, split depending on the external magnetic field and are imaged onto the camera by the optics. Observation parallel or perpendicular to the external magnetic field is made possible by a rotating electromagnet.

The Fabry-Pérot etalon consists of a quartz glass plate with a semi-reflective mirror coating of high reflectivity on both sides (Fig. 2). In this case, the etalon is designed in such a way that the resonance condition for the wavelength $\lambda = 643,8 \text{ nm}$ of the red Cd line is fulfilled. In this sense, the etalon also acts as an optical filter. The thickness d , the refractive index n and the reflection coefficient R of the etalon are as follows:

- $d = 4 \text{ mm}$
- (1) $n = 1.4567$
- $R = 0.85$

An incident light beam is reflected several times in the etalon. The light beams transmitted during each reflection interfere with each other. The path difference Δs between two neighboring transmitted light beams, e.g. the light beams emerging at points B and D in Fig. 2, is:

$$(2) \Delta s = n \cdot (\overline{BC} + \overline{CP}).$$

From

$$(3) \overline{CP} = \overline{BC} \cdot \cos(2 \cdot \beta),$$

$$(4) d = \overline{BC} \cdot \cos(\beta),$$

Snellius' law of refraction ($n_{\text{air}} \approx 1$)

$$(5) \sin(\alpha) = n \cdot \sin(\beta)$$

and the addition theorems

$$(6) \cos(\beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\beta)}$$

$$\cos(2 \cdot \beta) = 1 - 2 \cdot \sin^2(\beta)$$

the path difference results in

$$(7) \Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\beta)$$

and from this, the condition for the existence of interference maxima:

$$(8) k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha_k)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\beta_k).$$

k : Whole number, interference order

α_k : Incidence angle of the k th interference order

β_k : Refraction angle of the k th interference order

Overall, an interference pattern of concentric rings is generated. The refraction at the boundary surfaces of the glass plate of the Fabry-Pérot etalon can be neglected as it only shifts the interference pattern in parallel. Therefore, the refraction angle β is replaced by the incidence angle α , and the interference condition (8) results in

$$(9) k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\alpha_k) \approx 2 \cdot d \cdot n \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^2}{2}\right),$$

with the expansion $\cos(x) \approx (1 - x^2 / 2)$ of the cosine function.

The interference pattern is imaged onto the camera using a convex lens (Fig. 3). The following relationship exists between the angle α_k at which the k th order interference ring appears, the radius r_k of the k th order interference ring and the focal length f of the lens (Fig. 3):

$$(10) r_k = f \cdot \tan(\alpha_k) \approx f \cdot \alpha_k,$$

with the small angle approximation $\tan(x) \approx x$. From equation (9) follows for the interference order k and the angle α_k

$$(11) k = k_0 \cdot \cos(\alpha_k) \approx k_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^2}{2}\right) \text{ with } k_0 = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda}$$

and

$$(12) \alpha_k = \sqrt{\frac{2 \cdot (k_0 - k)}{k_0}}.$$

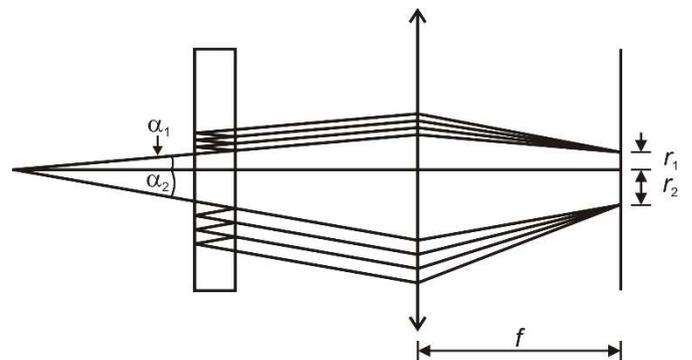


Fig. 3: Imaging the interference rings of the Fabry-Pérot etalon onto the digital camera

According to equation (11), because of $|\cos(\alpha_k)| \leq 1$, the interference order k is maximum for $\alpha_k = 0$, i.e. in the center of the interference rings, and corresponds to the parameter k_0 , which is generally not a whole number. Since the interference rings are counted from the center in the experiment, the interference order k is indexed with a whole number j , which identifies the k th interference order with the j th interference ring counted from the center, in generalization of the parameter k_0 already introduced.

The first bright interference ring with order k_1 appears according to equation (12) at the angle

$$(13) \alpha_{k_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot (k_0 - k_1)}{k_0}},$$

where k_1 is the next whole number that is smaller than k_0 . As k_0 is generally not a whole number, the difference $k_0 - k_1$ is less than 1. Therefore, a parameter ε is defined as follows:

$$(14) \varepsilon = k_0 - k_1 \text{ with } 0 < \varepsilon < 1$$

For all interference rings with $j \geq 2$, the order number k_j is decreased by 1 in each case, so that for the interference order of the j th interference ring counted from the center the following is generally true:

$$(15) k_j = (k_0 - \varepsilon) - (j - 1)$$

For $j = 1$, equation (15) just corresponds to the definition of ε from equation (14). Substituting equations (12) (with $k = k_j$) and (15) into equation (10) results in

$$(16) r_j = \sqrt{\frac{2 \cdot f^2}{k_0} \cdot \sqrt{(j-1) + \varepsilon}},$$

where, for the sake of simplicity, $r_{k_j} \rightarrow r_j$ was set for indexing without restriction of generality. This convention is retained in the following. It follows from equation (16) that the difference between the radius squares of neighboring interference rings is constant:

$$(17) r_{j+1}^2 - r_j^2 = \frac{2 \cdot f^2}{k_0} = \text{const.}$$

From equations (16) and (17) follows:

$$(18) \varepsilon = \frac{r_{j+1}^2}{r_{j+1}^2 - r_j^2} - j.$$

If the interference rings are split into two very closely spaced components a and b , whose wavelengths differ only slightly from each other, for the first interference ring counted from the center, for example, follows from equation (14):

$$(19) \begin{aligned} \varepsilon_a &= k_{0,a} - k_{1,a} = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda_a} - k_{1,a} \\ \varepsilon_b &= k_{0,b} - k_{1,b} = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda_b} - k_{1,b} \end{aligned}$$

Since the two components belong to the same interference order, and provided that the interference rings do not overlap by more than one whole order, $k_{1,a} = k_{1,b}$ and thus:

$$(20) \varepsilon_a - \varepsilon_b = k_{0,a} - k_{0,b} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right).$$

Equation (20) does not explicitly depend on the interference order. If equation (18) is formulated for both components a and b and inserted into equation (20), the following results:

$$(21) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \left(\frac{r_{j+1,a}^2}{r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2} - \frac{r_{j+1,b}^2}{r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2} \right).$$

From equation (17) it follows that the difference of the radius squares of the component a or b for neighboring interference orders j and $j+1$ with $j > 0$ due to $\lambda_a \approx \lambda_b$ and thus $k_{0,a} \approx k_{0,b}$ are approximately equal:

$$(22) \Delta_a^{j+1,j} = r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2 = r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2 = \Delta_b^{j+1,j}.$$

Accordingly, the following applies for two components a and b of the same interference order j with $j > 0$:

$$(23) \delta_{a,b}^j = r_{j,a}^2 - r_{j,b}^2 = r_{j+1,a}^2 - r_{j+1,b}^2 = \delta_{a,b}^{j+1}.$$

Substituting equations (22) and (23) into equation (21) results in:

$$(24) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \frac{\delta_{a,b}^{j+1}}{\Delta_a^{j+1,j}} \text{ for all } j > 0$$

Since equation (22) applies to both components a and b of neighboring interference rings and equation (23) applies to all interference rings, mean values

$$(25) \delta = \overline{\delta_{a,b}^j}$$

and

$$(26) \Delta = \overline{\Delta_a^{j+1,j}}$$

can be calculated and inserted into equation (24):

$$(27) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \frac{\delta}{\Delta}.$$

With

$$(28) \Delta E_{a,b} = h \cdot c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \mu_B \cdot B$$

follows from equation (27):

$$(29) \frac{\delta}{\Delta} = 2 \cdot \frac{d \cdot n}{h \cdot c} \cdot \mu_B \cdot B = a \cdot B \text{ with } a = 2 \cdot \frac{d \cdot n}{h \cdot c} \cdot \mu_B.$$

The ratio δ / Δ can be measured as a function of the magnetic flux density B , plotted graphically, and the Bohr magneton μ_B can be determined from the slope a of a linear fit.

EQUIPMENT LIST

1	Cadmium lamp with accessories @230 V	1021366
or		
1	Cadmium lamp with accessories @115 V	1021747
1	Fabry-Pérot etalon 644 nm	1020903
1	DC power supply, linear regulated, 1 – 30V, 0 – 10A @230V	1025380
or		
1	DC power supply, 0 – 20 V, 0 – 5 A @115 V	1003311
1	U Core D	1000979
2	Coil D, 900 turns	1012859
1	Electromagnet accessory for Zeeman effect	1021365
1	Microscope camera BRESSER MikroCam SP 3.1	1024060
1	Lens 12 mm for Bresser microscope camera	1024059
1	Stainless steel rod with ¼ inch thread, 100 mm	1025431
1	Red filter mounted on holder	1025376
2	Convex lens on stem f =+100 mm	1003023
1	Quarter-wavelength filter on stem	1021353
1	Polarising attachment	1021364
1	Polarisation filter on stem	1008668
1	Optical precision bench D, 1000 mm	1002628
1	Support for optical bench D, set	1012399
1	Optical base D	1009733
3	Optical rider D, 90/36	1012401
2	Optical rider D, 60/36	1002639
1	Safety experiment leads, 75 cm, blue, red, (2 pcs)	1017718
1	Safety experiment leads, 75 cm, black, (2 pcs)	1002849

SETUP AND SAFETY INSTRUCTIONS

The procedure of this experiment requires that the assembly of the components as well as the experimental setup and adjustment have been carried out according to the instructions for the experiment on the normal Zeeman effect, considering all the safety instructions formulated therein.

The maximum current through the coils D with 900 turns is 5 A (7 minutes). It can be doubled for short periods (30 seconds). The coils have an internal reversible thermal fuse which trips at a winding temperature of 85°C. The reset time is 10-20 minutes, depending on the ambient temperature.

- Carry out the measurement quickly enough to prevent the thermal fuse from tripping due to high currents flowing for too long.
- Do not operate the coils without a transformer core.

EXPERIMENT PROCEDURE

Measurement

- Establish the transversal configuration by rotating the electromagnet as described in the instruction manual for the experiment on the normal Zeeman effect.

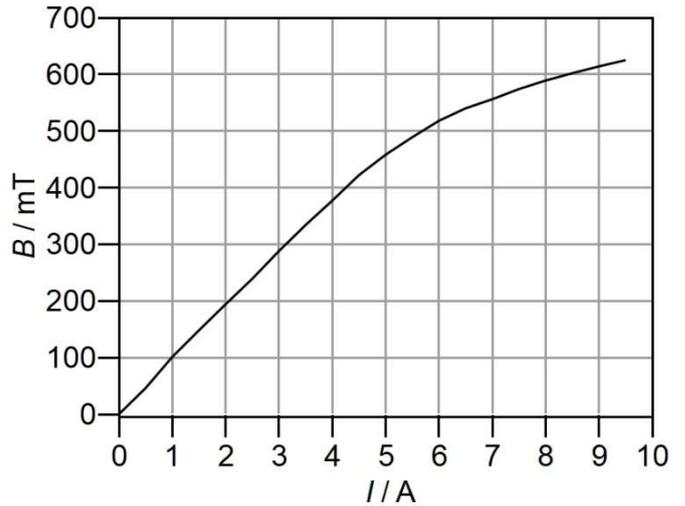


Fig. 4: Calibration curve of the electromagnet

- Focus the 12 mm lens so that the three interference rings of the innermost order, for which they appear clearly separated from each other, are in focus. Do not move the convex lenses (imaging and condenser lens) and do not refocus the 12 mm lens, otherwise the evaluation will give incorrect results.

Note:

Due to the temperature sensitivity of Fabry-Pérot etalons, the center of the interference rings may look differently depending on the ambient temperature and may therefore differ from the screenshots in this manual.

- Switch on the DC power supply unit, increase the current through the coils first to 3 A, then in 0.5 A steps to 5 A and in 1 A steps to 9 A. At each step, take a screenshot (“snapshot”) with the camera software and save it as a “JPEG”.

Note:

When increasing the current, make sure that the interference rings do not overlap by more than one whole order.

Calibration of the electromagnet

The values for the magnetic flux densities *B*, which correspond to the set currents *I*, can be taken from the calibration curve in Fig. 4 or Tab. 1. Alternatively, the calibration curve can be measured as follows:

- Remove the Cd lamp on the housing from the base plate.
- Place a teslameter in the air gap between the two pole pieces (approx. 10 mm) so that the magnetic field sensor is centered.
- Switch on the DC power supply unit and increase the current *I* through the coils in 0.5 A steps. At each step, measure the values for the magnetic flux density *B*, note them and plot them against the set currents.
- Reduce the current to zero and switch off the DC power supply unit.
- Insert the Cd lamp back into the base plate.

Tab 1: Calibration of the electromagnet. Set currents I and measured magnetic flux densities B

I / A	B / mT	I / A	B / mT
0.0	0	5.0	458
0.5	46	5.5	489
1.0	101	6.0	518
1.5	148	6.5	540
2.0	194	7.0	556
2.5	239	7.5	574
3.0	288	8.0	589
3.5	334	8.5	602
4.0	377	9.0	614
4.5	422	9.5	625

MEASUREMENT EXAMPLE AND EVALUATION

The following steps are to be carried out for each saved screenshot:

- Open a screenshot in the camera software (click on “File” in the menu bar and select “Open image”).
- Click on “Options” in the menu bar, then on “Measurement”, select “Length Unit” in the window that opens, tick “Pixel” under “Current” and confirm the setting by clicking on “OK”.
- Click on the “Circle” button in the tool bar and select “3 Points”. Place a circle on the innermost interference ring. This is referred to as “C1” in the following.

The “Measurement” window opens automatically.



Fig. 5: Triplet splitting of the red cadmium line ($I = 5.0 A \triangleq B = 458 mT$). Interference rings marked with circles to determine the enclosed areas

- If necessary, adjust the appearance under “Appearance” (e.g. line width/color, show/hide label type).
- Under “Geometry”, note the numerical value for the area in pixels (Tab. 2). Mark further interference rings in the same way (C2-C9, Fig. 5) and note the areas (Tab. 2). Click on the “Track” button (hand symbol) to complete the process.
- Click on “Layer” in the menu bar, select “Merge to image” and click on “OK”.
- Click on “File” in the menu bar, select “Save as” and save the image as a JPEG with a meaningful name.

Note:
The unit of the area is irrelevant for further evaluation, as only relative values and ratios are calculated, not absolute values. The absolute values of the areas (Tab. 2) can deviate significantly depending on the position of the optics.

- Calculate the area differences Δ of the corresponding components of neighboring interference orders (Eq. (22), Tab. 3; circles C4↔C1, C5↔C2, C6↔C3, C7↔C4, C8↔C5, C9↔C6).
- Calculate the area differences δ of neighboring components of the same interference orders (Eq. (23), Tab. 4; circles C2↔C1, C3↔C2, C5↔C4, C6↔C5, C8↔C7, C9↔C8).
- Calculate the mean values from all area differences in Tab. 3 and 4 (Eq. (25), (26)) and enter it in the tables.
- Calculate the ratio δ / Δ of the mean values for all set currents or magnetic flux densities, respectively (Tab. 5). Take the corresponding values for the magnetic flux density from the calibration curve of the electromagnet (Fig. 4, Tab. 1).
- Plot the ratio δ / Δ as a function of the magnetic flux density B and fit a straight line through the origin (Fig. 6).

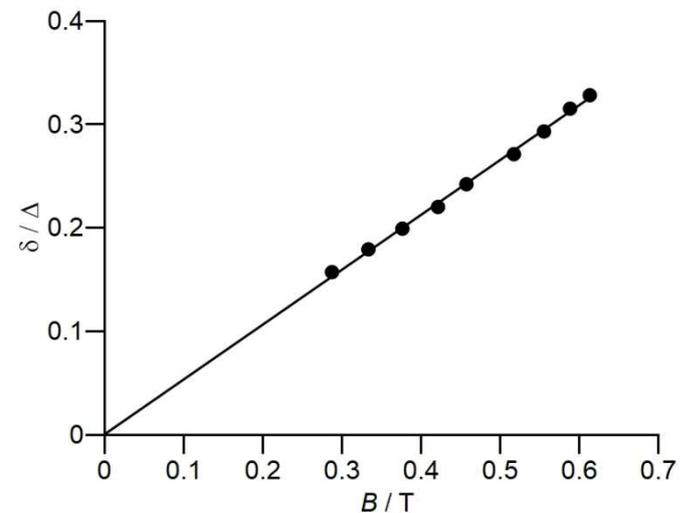


Fig. 6: Ratio δ / Δ of the area differences as a function of the magnetic flux density B . The slope of the fitted straight line through the origin is $a = 0.53 / T$

- Determine the Bohr magneton from the slope $a = 0.53 / T$ The value corresponds to the literature value $9.3 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$ except for approx. 3%
of the fitted straight line using equation (29):

$$\begin{aligned}
 \mu_B &= \frac{1}{2} \cdot \frac{h \cdot c}{d \cdot n} \cdot a \\
 (30) \quad &= \frac{1}{2} \cdot \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3.0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4 \text{ mm} \cdot 1.4567} \cdot 0.53 / T \\
 &= 9.0 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}
 \end{aligned}$$

Tab. 2: Areas A enclosed by the interference rings determined with the help of the camera software

I / A	Area A / Pixel								
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
3.0	167734	200055	229205	367830	398701	430412	559306	592777	620040
3.5	161486	200196	234474	365742	400854	434853	554225	592457	622683
4.0	157753	199493	238088	358148	398737	439637	552909	592559	624921
4.5	151447	200768	241074	354744	399174	442546	548700	591057	629975
5.0	146500	201657	248223	352695	398436	448720	546544	591877	633671
6.0	140903	199539	254920	345700	400889	451353	539028	591891	637638
7.0	134134	199027	257459	340850	401293	454900	535505	591126	643582
8.0	131146	199745	261665	335577	400627	460375	532289	591173	647816
9.0	130739	200385	265108	332857	398694	463757	531064	590470	651822

Tab. 3: Area differences Δ of the corresponding components of neighboring interference orders

I / A	Area difference Δ / Pixel						Mittelwert
	Δ _{C4,C1}	Δ _{C5,C2}	Δ _{C6,C3}	Δ _{C7,C4}	Δ _{C8,C5}	Δ _{C9,C6}	
3.0	200096	198646	201207	191476	194076	189628	195855
3.5	204256	200658	200379	188483	191603	187830	195535
4.0	200395	199244	201549	194761	193822	185284	195843
4.5	203297	198406	201472	193956	191883	187429	196074
5.0	206195	196779	200497	193849	193441	184951	195952
6.0	204797	201350	196433	193328	191002	186285	195533
7.0	206716	202266	197441	194655	189833	188682	196599
8.0	204431	200882	198710	196712	190546	187441	196454
9.0	202118	198309	198649	198207	191776	188065	196187

Tab. 4: Area differences δ of neighboring components of the same interference orders

I / A	Area difference δ / Pixel						Mean value
	$\delta_{C2,C1}$	$\delta_{C3,C2}$	$\delta_{C5,C4}$	$\delta_{C6,C5}$	$\delta_{C8,C7}$	$\delta_{C9,C8}$	
3.0	32321	29150	30871	31711	33471	27263	30798
3.5	38710	34278	35112	33999	38232	30226	35093
4.0	41740	38595	40589	40900	39650	32362	38973
4.5	49321	40306	44430	43372	42357	38918	43117
5.0	55157	46566	45741	50284	45333	41794	47479
6.0	58636	55381	55189	50464	52863	45747	53047
7.0	64893	58432	60443	53607	55621	52456	57575
8.0	68599	61920	65050	59748	58884	56643	61807
9.0	69646	64723	65837	65063	59406	61352	64338

Tab. 5: Ratio δ / Δ of the area differences for different currents I or magnetic flux densities B , respectively

I / A	B / T	δ / Δ
3.0	0.288	0.157
3.5	0.334	0.179
4.0	0.377	0.199
4.5	0.422	0.220
5.0	0.458	0.242
6.0	0.518	0.271
7.0	0.556	0.293
8.0	0.589	0.315
9.0	0.614	0.328