

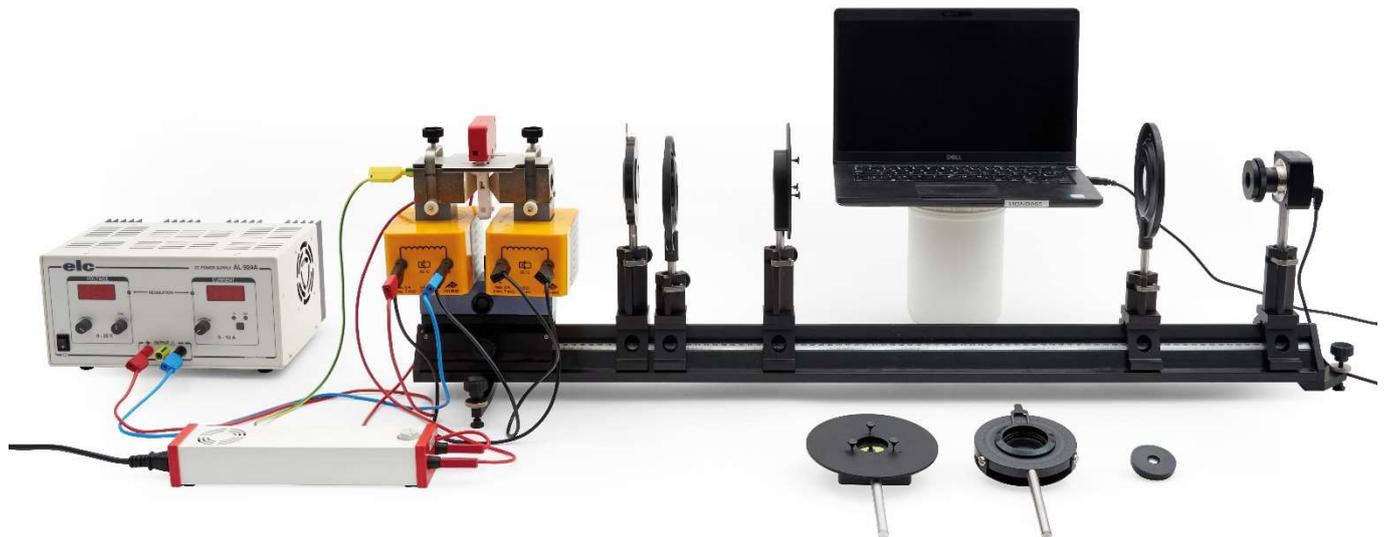
Normaler und anomaler Zeeman-Effekt, Hyperfeinstruktur, Fabry-Pérot-Interferometer und Bohrsches Magneton

UNTERSUCHUNG DES NORMALEN UND ANOMALEN ZEEMAN-EFFEKTS IN LONGITUDINALER UND TRANSVERSALER KONFIGURATION, BEOBACHTUNG DER HYPERFEINSTRUKTUR, SPEKTROSKOPIE MIT EINEM FABRY-PÉROT-ETALON UND BESTIMMUNG DES BOHRSCHEN MAGNETONS

- Beobachtung der Dublett- und Triplet-Aufspaltung der roten Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld
- Untersuchung der Polarisation der Dublett- und Triplet-Komponenten
- Beobachtung der Hyperfeinstruktur
- Beobachtung der Quartett- und Sextett-Aufspaltung der türkisen Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld
- Untersuchung der Polarisation der Quartett- und Sextett-Komponenten
- Experimentelle Einführung in das Fabry-Pérot-Interferometer am Beispiel des normalen Zeeman-Effekts
- Ausmessen der Interferenzringe des Fabry-Pérot Etalons in Abhängigkeit des äußeren Magnetfeldes
- Bestimmung des Bohrschen Magneton

UE5020800

09/24 TL/UD



Normaler Zeeman-Effekt

UNTERSUCHUNG DES NORMALEN ZEEMAN-EFFEKTS IN LONGITUDINALER UND TRANSVERSALER KONFIGURATION

- Beobachtung der Dublett- und Triplet-Aufspaltung der roten Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld.
- Untersuchung der Polarisierung der Dublett- und Triplet-Komponenten.

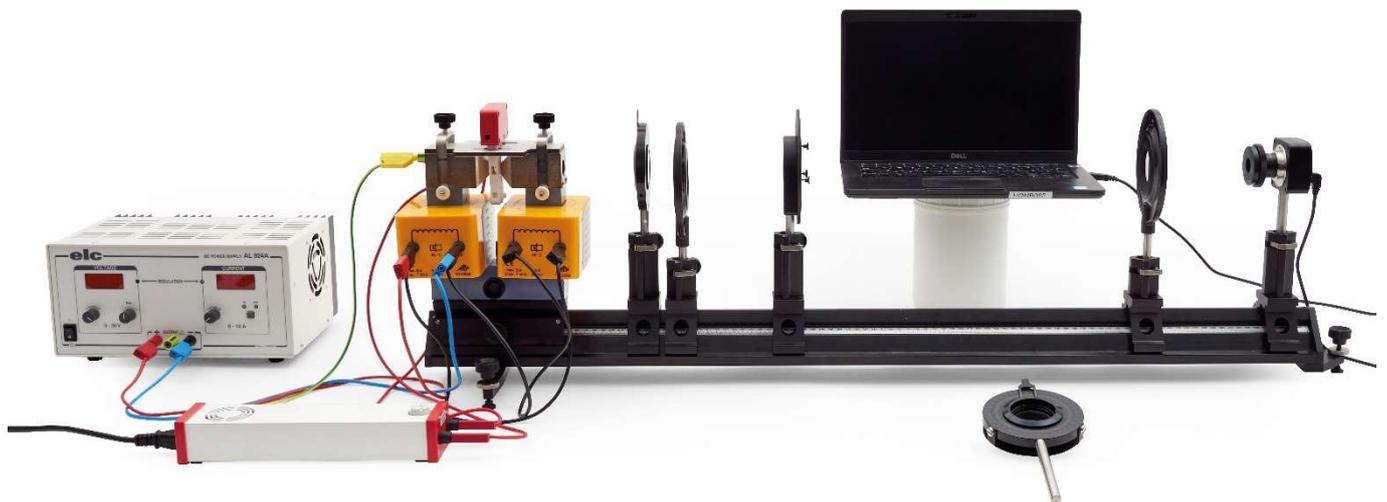


Fig. 1: Experimenteller Aufbau für den normalen Zeeman-Effekt in longitudinaler Konfiguration

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Der Zeeman-Effekt bezeichnet die Aufspaltung von atomaren Energieniveaus bzw. Spektrallinien unter Einwirkung eines äußeren Magnetfeldes. Er wurde 1896 von seinem Namensgeber Pieter Zeeman als Verbreiterung der Natrium D-Linien entdeckt und von Hendrik Antoon Lorentz klassisch mit Hilfe der Lorentzkraft erklärt, die das Magnetfeld auf die Elektronen in der Atomhülle ausübt. Bei diesem so genannten normalen Zeeman-Effekt, wie er z.B. für die rote Cadmium-Linie ($\lambda = 643,8 \text{ nm}$) vorliegt, wird parallel zum Magnetfeld (longitudinal) eine zweifache Aufspaltung in ein Liniendublett und senkrecht zum Magnetfeld (transversal) eine dreifache Aufspaltung in ein Linientriplett beobachtet. Als anomaler Zeeman-Effekt werden komplexere Aufspaltungen bezeichnet, die erst mit Hilfe der von Goudsmit und Uhlenbeck 1925 postulierten Existenz des Elektronenspins erklärt werden konnten. Quantenmechanisch beruht der anomale Zeeman-Effekt auf der Wechselwirkung des Magnetfeldes mit dem von Bahndrehimpuls und Spin der Elektronen erzeugten magnetischen

Moment der Elektronenhülle. In dieser Hinsicht stellt der anomale Zeeman-Effekt den Normalfall dar, der normale Zeeman-Effekt einen Spezialfall.

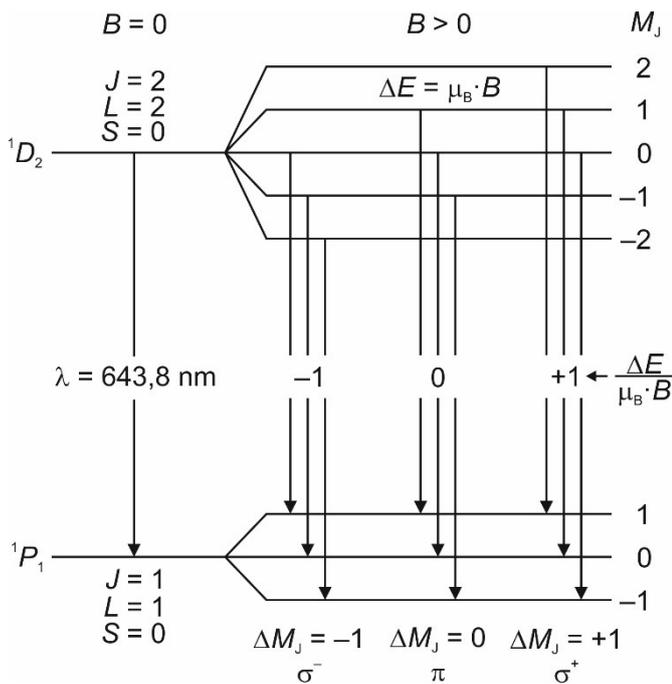


Fig. 2: Normaler Zeeman-Effekt an der roten Cadmium-Spektallinie. Aufspaltung der Energieniveaus und nach den Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung erlaubte Übergänge

Der normale Zeeman-Effekt tritt nur für Übergänge zwischen atomaren Zuständen auf, deren Gesamtspin sich zu $S = 0$ addiert. Die rote Cd-Linie entspricht dem Übergang $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ mit der Wellenlänge $\lambda = 643,8 \text{ nm}$ (Fig. 2). Da beide Niveaus einen Gesamtspin mit der Quantenzahl $S = 0$ besitzen, kann der normale Zeeman-Effekt hier beobachtet werden. Der Gesamtdrehimpuls $J = L + S$ entspricht dann dem gesamten Bahndrehimpuls, d.h. $J = L$. Er erzeugt ein magnetisches Moment

$$(1) \mu = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J$$

mit dem Bohrschen Magneton

$$(2) \mu_B = \frac{e}{2 \cdot m_e} \cdot \hbar = 9,274 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

e : Elementarladung

m_e : Masse des Elektrons

$\hbar = h/2\pi$: reduzierte Planck-Konstante

In einem äußeren Magnetfeld

$$(3) \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$$

ist mit dem magnetischen Moment die Energie

$$(4) E = \mu \cdot \mathbf{B} = \mu_z \cdot B$$

verbunden. Aufgrund der Richtungsquantelung kann die Komponente J_z des Gesamtdrehimpulses parallel zum Magnetfeld nur die Werte

$$(5) J_z = M_J \cdot \hbar \text{ mit } M_J = -J, -(J-1), \dots, (J-1), J$$

J : Gesamtdrehimpuls-Quantenzahl

annehmen. Das Energieniveau zur Gesamtdrehimpulsquantenzahl J spaltet also in $2J+1$ äquidistante Komponenten auf, die sich in der magnetischen Quantenzahl M_J unterscheiden (Fig. 2). Mit Gl. (1) folgt

$$(6) \mu_z = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z,$$

damit nach Gl. (4)

$$(7) E = \mu_z \cdot B = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z \cdot B$$

und schließlich mit Gl. (5):

$$(8) E = \mu_B \cdot M_J \cdot B.$$

Der Energieabstand zweier Niveaus mit Energien E_1 und E_2 ($E_1 > E_2$) ergibt sich also zu:

$$(9) \Delta E = E_1 - E_2 = (M_{J,1} - M_{J,2}) \cdot \mu_B \cdot B = \Delta M_J \cdot \mu_B \cdot B.$$

Nach Gl. (5) wird das Niveau 1D_2 in fünf und das Niveau 1P_1 in drei Komponenten aufgespalten, jeweils mit dem durch Gl. (9) gegebenen äquidistanten Energieabstand.

Nach den Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung sind zwischen diesen Niveaus Übergänge erlaubt mit

$$(10) \Delta M_J = \begin{cases} +1 & (\text{rechts zirkular polarisiertes Licht, } \sigma^+) \\ 0 & (\text{linear polarisiertes Licht, } \pi) \\ -1 & (\text{links zirkular polarisiertes Licht, } \sigma^-) \end{cases}$$

wobei das emittierte Licht wie oben angegeben polarisiert ist. Da von den neun theoretisch möglichen Übergängen jeweils drei energetisch zusammenfallen, können insgesamt also drei Spektrallinien beobachtet werden (Fig. 2), eine unverschobene π -Komponente und gemäß $E = \hbar \cdot \omega$ zwei um

$$(11) \Delta \lambda = -\frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi \cdot \hbar \cdot c} \cdot \Delta E$$

c : Vakuum-Lichtgeschwindigkeit

verschobene σ -Komponenten mit einer entsprechend höheren bzw. niedrigeren Wellenlänge. Aus Gleichung (11) ergibt sich durch Einsetzen der Gleichungen (9) und (2) für die im Experiment eingestellte Flussdichte $B = 334 \text{ mT}$ eine Verschiebung um $|\Delta \lambda| = 0,0065 \text{ nm}$.

Die räumliche Verteilung des emittierten Lichts ist für die π - und die beiden σ -Komponenten unterschiedlich. Der Fall $\Delta M_J = 0$ entspricht klassisch einem parallel zum Magnetfeld schwingenden Hertz'schen Dipol. Dementsprechend wird senkrecht zum Magnetfeld (transversal) linear polarisiertes Licht abgestrahlt, parallel zum Magnetfeld (longitudinal) kein Licht (Fig. 3). Die Fälle $\Delta M_J = \pm 1$ entsprechen jeweils zwei zueinander mit einer Phasendifferenz von 90° senkrecht schwingenden Dipolen. Dementsprechend wird sowohl parallel als auch senkrecht zum Magnetfeld Licht abgestrahlt, das parallel zum Magnetfeld zirkular polarisiert ist, und zwar links zirkular polarisiert für $\Delta M_J = -1$ und rechts zirkular polarisiert für $\Delta M_J = +1$.

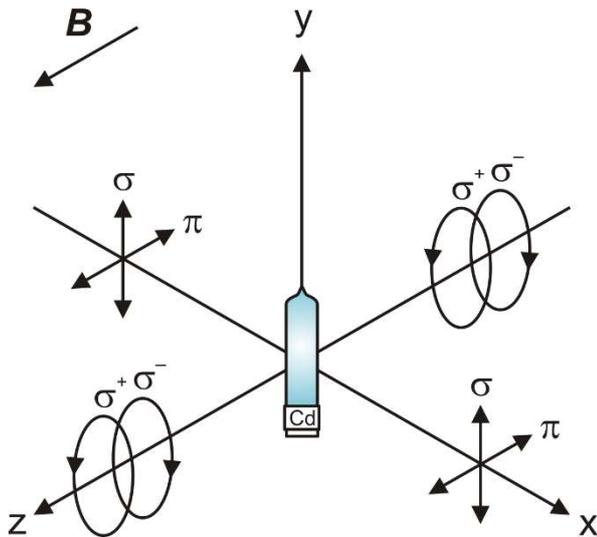


Fig. 3: Polarisation der elektrischen Dipolstrahlung in Abhängigkeit von der Ausbreitungsrichtung

Für die Analyse der Lichtpolarisation wird bei Beobachtung in longitudinaler Richtung also ein Viertelwellenlängenfilter mit nachgeschaltetem Polarisationsfilter benötigt, da die Beobachtung senkrecht zur Polarisationsebene der σ -Komponenten erfolgt (Fig. 3). Der Viertelwellenlängenfilter wandelt das zirkular polarisierte Licht in linear polarisiertes um, das dann mit Hilfe des Polarisationsfilters analysiert werden kann. Bei Einstellung des Viertelwellenlängenfilters auf -45° wird entsprechend die σ^+ -Komponente umgewandelt und kann beobachtet werden, während die σ^- -Komponente verschwindet. Bei Einstellung des Viertelwellenlängenfilters auf $+45^\circ$ verhält es sich genau umgekehrt. Für die Beobachtung in transversaler Richtung wird nur ein Polarisationsfilter benötigt, da die Beobachtung parallel zur Polarisationsebene der σ -Komponenten erfolgt und diese linear polarisiert erscheinen (Fig. 3). Die π -Komponente ist stets linear polarisiert. Bei Einstellung des Polarisationsfilters auf 0° können entsprechend die σ -Komponenten beobachtet werden, während die π -Komponente verschwindet. Bei Einstellung des Polarisationsfilters auf 90° verhält es sich genau umgekehrt.

Im Experiment erfolgt die Beobachtung der Aufspaltung mit Hilfe einer Digitalkamera, der ein Fabry-Pérot-Etalon und eine Abbildungsoptik vorgeschaltet sind. Das Fabry-Pérot-Etalon ist so ausgelegt, dass es die Resonanzbedingung für die spezifische Wellenlänge 643,8 nm der roten Cd-Linie erfüllt. Beim Durchgang des Lichts der Cadmium-Lampe durch das Fabry-Pérot-Etalon entstehen Interferenzringe, die wie die Spektrallinie in Abhängigkeit des äußeren Magnetfelds aufspalten und durch die Optik auf den Kamerasensor abgebildet werden. Die Beobachtung parallel oder senkrecht zum äußeren Magnetfeld wird durch einen drehbar gelagerten Elektromagneten ermöglicht. Die Aufspaltung wird qualitativ beobachtet und die Polarisation der Dublett- und Triplett-Komponenten mit Hilfe eines Viertelwellenlängenfilters mit Polarisationsaufsatz und eines Polarisationsfilters untersucht.

GERÄTELISTE

1 Cd-Lampe mit Zubehör @230 V	1021366
oder	
1 Cd-Lampe mit Zubehör @115 V	1021747
1 Fabry-Pérot-Etalon 644 nm	1020903
1 DC-Netzgerät, längsgeregelt, 1 – 30V, 0 – 10A @230V	1025380
oder	
1 DC-Netzgerät 20 V, 5 A @115 V	1003311
1 U-Kern D	1022663
2 Spulen D 900 Windungen	1012859
1 Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt	1021365
1 Mikroskopkamera Bresser MikroCam SP 3.1	1024060
1 Linse 12 mm für die Bresser Mikroskopiekamera	1024059
1 Stativstange mit 1/4 Zoll Gewinde, 100 mm	1025431
1 Roter Farbfilter in Fassung	1025376
2 Sammellinsen auf Stiel, f = 100 mm	1003023
1 Viertelwellenlängenfilter auf Stiel	1021353
1 Polarisationsaufsatz	1021364
1 Polarisationsfilter auf Stiel	1008668
1 Optische Bank D, 100 cm	1002628
1 Satz Füße für Optische Bank D	1012399
1 Optikfuß D	1009733
3 Optikreiter D 90/36	1012401
2 Optikreiter D 60/36	1002639
1 Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, rot, blau	1017718
1 Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, schwarz	1002849

SICHERHEITSHINWEISE

- Vor dem Aufbau des Experiments die Bedienungsanleitungen der Geräte und insbesondere die darin formulierten Sicherheitshinweise lesen und beachten.
- Die Cd-Lampe vor mechanischen Stößen schützen. Den Glaskolben der Cd-Lampe nicht mit bloßen Händen berühren.
- Die Cd-Lampe nur mit dem mitgelieferten Vorschaltgerät betreiben. Vor Inbetriebnahme der auf dem Elektromagnet montierten Cd-Lampe unbedingt die Schutzerdung herstellen. Dazu die PE-Buchsen an Vorschaltgerät und Polschuh des Elektromagnet-Zubehörs für Zeeman-Effekt (1021365) mit Hilfe des mitgelieferten gelb-grünen Sicherheitsexperimentierkabels (Schutzleiter) miteinander verbinden.
- Vor Inbetriebnahme des Elektromagneten die korrekte Lage der Polschuhe sicherstellen, wie in der Bedienungsanleitung zum Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt (1021365) beschrieben.

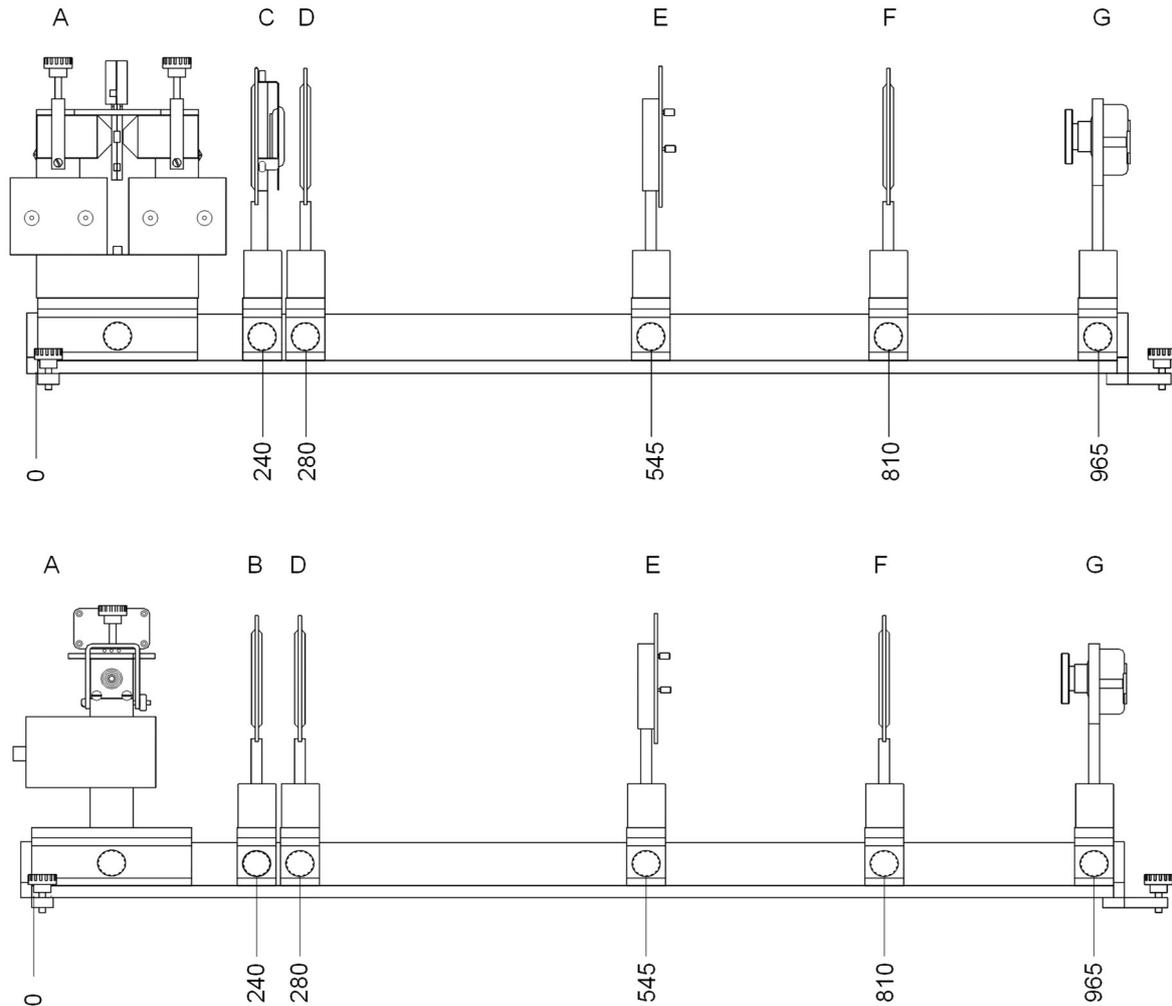


Fig. 4: Experimenteller Aufbau für den normalen Zeeman-Effekt in longitudinaler (oben) und transversaler (unten) Konfiguration. A: Elektromagnet mit Cd-Lampe, B: Polarisationsfilter, C: Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz, D: Sammellinse $f = 100\text{ mm}$ (Kondensorlinse), E: Fabry-Pérot-Etalon, F: Sammellinse $f = 100\text{ mm}$ (Abbildungslinse), G: Kamera mit 12-mm-Linse. Genaue Positionierung der Komponenten siehe Text.

Die maximale Stromstärke durch die Spulen D mit 900 Windungen beträgt 5 A (7 Minuten). Sie kann kurzfristig (30 Sekunden) auf das Doppelte angehoben werden. Die Spulen verfügen über eine interne reversible Temperatursicherung, die bei einer Wicklungstemperatur von 85 °C auslöst. Die Rückstellzeit beträgt 10-20 Minuten, je nach Umgebungstemperatur.

- Die Messung entsprechend zügig durchführen, so dass ein Auslösen der Temperatursicherung durch zu langes Fließen hoher Ströme vermieden wird.
- Die Spulen nicht ohne Trafokern betreiben.

ALLGEMEINE HINWEISE

Es empfiehlt sich, das Experiment in einem dunklen Raum durchzuführen, um Streulicht aus der Umgebung zu minimieren sowie optimale Belichtung und optimalen Kontrast des Livebildes der Kamera zu erzielen.

Die Software der Kamera ist auf dem Mess-Computer zu installieren.

AUFBAU

Montage des Elektromagneten und der Cd-Lampe

- Den Satz Füße für optische Bank (1012399) montieren, den langen Fuß auf der linken Seite der optischen Bank, den kurzen auf der rechten (Skala vorne). Die optische Bank an einem ebenen Experimentierplatz aufstellen.
- Den Optikfuß (1009733) so auf der optischen Bank positionieren und fixieren, dass er linksbündig mit der Stirnplatte abschließt (Fig. 4).
- Den Elektromagneten in longitudinaler Konfiguration (Fig. 4 oben) auf dem Optikfuß zusammenbauen wie in der Bedienungsanleitung zum Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt (1021365) beschrieben.
- Die Cadmium-Lampe wie in der Bedienungsanleitung zur Cd-Lampe mit Zubehör (1021366 / 1021747) beschrieben auf den Elektromagneten montieren.

- Die PE-Buchsen am Vorschaltgerät der Cd-Lampe und am Polschuh des Elektromagneten mit Hilfe des mitgelieferten gelb-grünen Sicherheitsexperimentierkabels (Schutzleiter) miteinander verbinden.
- Die Cd-Lampe mit Hilfe der 4-mm-Sicherheitsexperimentierkabel an das Vorschaltgerät anschließen. Das Vorschaltgerät mit Hilfe des Netzkabels an das Stromnetz anschließen. Das Vorschaltgerät noch nicht einschalten.
- Den Abgriff "0" der linken Spule mit dem Abgriff "900" der rechten Spule und den Abgriff "0" der rechten Spule mit dem Abgriff "900" der linken Spule verbinden. Anschließend den Abgriff "0" der linken Spule mit dem Ausgang "-" des DC-Netzgerätes und den Abgriff „900“ der linken Spule mit dem Ausgang „+“ des DC-Netzgerätes verbinden (Fig. 1). Das DC-Netzgerät mit Hilfe des Netzkabels an das Stromnetz anschließen. Das DC-Netzgerät noch nicht einschalten.

Montage der Kamera und der Optiken

- Die Stativstange (1025431) in das 1/4"-Stativgewinde auf der Unterseite der Kamera schrauben.
- Die 12-mm-Linse (1024059) in das C-Mount-Gewinde an der Vorderseite der Kamera schrauben.
- Den roten Farbfilter (1025376) auf die 12-mm-Linse schrauben.
- Den Polarisationsaufsatz (1021364) wie in der Bedienungsanleitung beschrieben auf den Viertelwellenlängenfilter (1021353) montieren.

Der Polarisationsfilter auf Stiel (1008668), die beiden Sammellinsen auf Stiel, $f = 100$ mm (1003023) und das Fabry-Pérot-Etalon (1020903) bedürfen keiner weiteren Montage.

Inbetriebnahme des Experiments und Justage

- Das Vorschaltgerät der Cd-Lampe einschalten und ca. 5 Minuten warten.

Nach einer Aufwärmzeit von ca. 5 Minuten hat die Cd-Lampe 90% ihrer Lichtleistung erreicht.

- Einen langen Optikeiter (1012401) für die Kamera so auf der optischen Bank positionieren und fixieren, dass er rechtsbündig mit der Stirnplatte abschließt. Die Kamera bis zum Anschlag in den optischen Reiter einführen, anschließend um ca. 2 cm nach oben schieben und fixieren.
- Die 12-mm-Linse mittig stellen, so dass sie in beide Drehrichtungen ausreichend Spielraum hat.
- Einen kurzen Optikeiter (1002639) für die Abbildungslinse (Sammellinse $f = 100$ mm, 1003023) bei 810 mm positionieren und fixieren. Die Abbildungslinse bis zum Anschlag in den Optikeiter einführen und fixieren.
- Den Computer starten und die Kamera mit Hilfe des USB-Kabels an den Computer anschließen.
- Die Software starten. Die Kamera wird automatisch erfasst und erscheint in der Kamera-Liste. Die Kamera auswählen und anklicken.

Das Livebild wird im Fenster angezeigt und sieht nach der im Folgenden beschriebenen Optimierung aus wie in Fig. 5.

- Den Raum abdunkeln, falls das Livebild durch Streulicht beeinträchtigt wird.

Hinweis:

Die Bildschirmfotos in Fig. 5 – Fig. 7c sind bei vollständig abgedunkeltem Raum aufgenommen worden.

- Im Kamera-Fenster den Menüpunkt „Frequenz (Anti-flicker)“ öffnen (ggf. runterscrollen) und „Wechselstrom (50 Hz)“ bzw. „Wechselstrom (60 Hz)“ anklicken.

Diese Einstellung minimiert den Einfluss der Netzfrequenz auf das Livebild der Kamera.

- Die optimale Belichtungszeit manuell wählen. Nicht den Weißabgleich anwenden, weil sonst die Wirkung des Rotfilters kompensiert wird.
- Ggf. durch Drehen an der 12-mm-Linse die Schärfe optimieren.
- Ggf. die Kamera im Optikeiter etwas nach oben oder unten schieben, so dass das Bild zentriert ist.

Hinweis:

Bedingt durch die optische Abbildung entsteht ein reelles, kopfstehendes Bild. Wird die Kamera im Optikeiter nach oben geschoben, bewegt sich das Bild nach unten und umgekehrt.

- Einen kurzen Optikeiter (1002639) für die Kondensorlinse (Sammellinse $f = 100$ mm, 1003023) bei 280 mm auf der optischen Bank positionieren und fixieren. Die Kondensorlinse bis zum Anschlag in den Optikeiter einführen und fixieren. Ggf. die Abbildungslinse so verschieben, dass der Lichtfleck bildfüllend erscheint und die Belichtungszeit anpassen (Livebild wie in Fig. 6).
- Einen langen Optikeiter (1012401) für das Fabry-Pérot-Etalon (1020903) bei 545 mm auf der optischen Bank positionieren und fixieren. Das Fabry-Pérot-Etalon bis zum Anschlag in den Optikeiter einführen und fixieren.

Hinweis:

Die Interferenzringe erscheinen ggf. unscharf und zu hell. Zur Optimierung von Schärfe und Belichtung sind Kameraposition, Fokussierung und Belichtungszeit anzupassen.

- Die Kamera nach 965 mm verschieben, ggf. im Optikeiter etwas nach oben oder unten schieben, so dass das Bild wieder zentriert ist, durch Drehen an der 12-mm-Linse die Schärfe optimieren und die Belichtungszeit anpassen (Livebild wie in Fig. 7).
- Den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz bzw. den Polarisationsfilter noch nicht in den Strahlengang stellen.

Der Aufbau ist jetzt für die Durchführung des Experiments fertig konfiguriert.

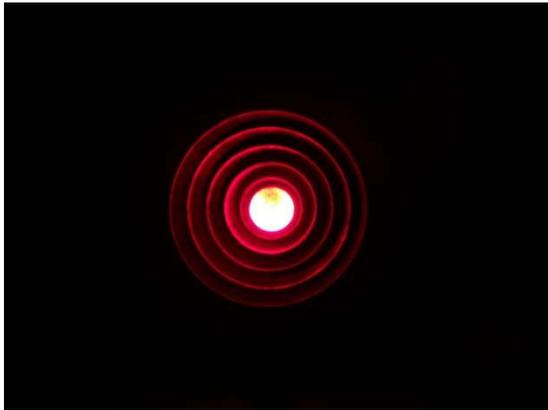


Fig. 5: Livebild mit Kamera und Abbildungslinse. Stufenbohrung des Polschuhs und Lichtfleck der Cd-Lampe erscheinen konzentrisch und zentriert

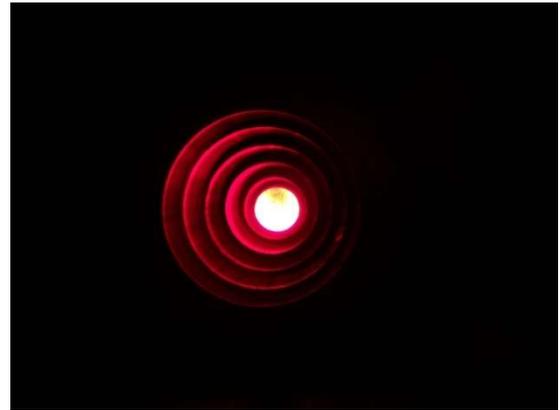


Fig. 5a: Elektromagnet verdreht. Die Stufenbohrung erscheint nicht konzentrisch. Korrektur: Elektromagnet so drehen, dass er mittig ausgerichtet ist



Fig. 5b: Kamera im Optikreiter zu niedrig. Korrektur: Kamera im Optikreiter nach oben schieben, so dass sie mittig ausgerichtet ist

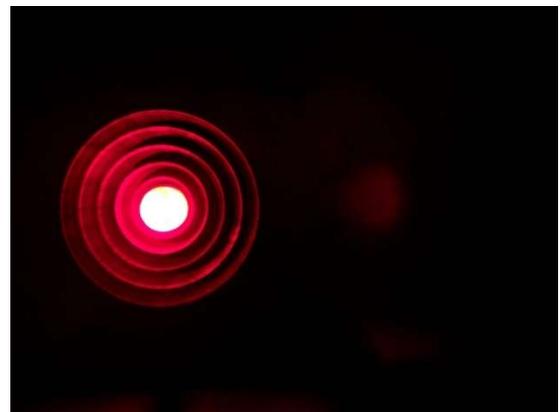


Fig. 5c: Kamera im Optikreiter verdreht. Korrektur: Kamera im Optikreiter so drehen, dass sie mittig ausgerichtet ist



Fig. 5d: Abbildungslinse im Optikreiter verdreht. Korrektur: Abbildungslinse im Optikreiter so drehen, dass sie senkrecht zur optischen Achse ausgerichtet ist



Fig. 6: Livebild mit Kondensatorlinse



Fig. 6a: Kondensorlinse im Optikreiter verdreht. Korrektur: Kondensorlinse im Optikreiter so drehen, dass sie senkrecht zur optischen Achse ausgerichtet ist



Fig. 7: Livebild mit Fabry-Pérot-Etalon



Fig. 7a: Schlechte Fokussierung. Korrektur: An der 12-mm-Linse drehen, so dass die Interferenzringe scharf zu sehen sind



Fig. 7b: Etalon im Optikreiter verdreht. Korrektur: Etalon so im Optikreiter drehen, dass es senkrecht zur optischen Achse ausgerichtet ist



Fig. 7c: Etalon verkippt. Korrektur: Justage mit Hilfe der drei Stellschrauben am Gehäuse.

DURCHFÜHRUNG, MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

Beobachtung in longitudinaler Richtung

Die folgenden Schritte ausführen, beobachten, wie sich die Interferenzringe ändern und Bildschirmfotos anfertigen (Fig. 8).

- Kein äußeres Magnetfeld anlegen.

Es werden nur die vom Fabry-Pérot-Etalon erzeugten Interferenzringe beobachtet, die jeweils der roten Cd-Spektrallinie entsprechen (Fig. 8a).

- Äußeres Magnetfeld anlegen. Dazu DC-Netzgerät einschalten und den Strom durch die Spulen auf 3,5 A ($B = 334 \text{ mT}$) hochregeln.

Hinweis:

Bei angelegtem Magnetfeld sollte die Belichtungszeit $\geq 20 \text{ ms}$ sein, da es sonst aufgrund einer Beeinträchtigung des „Rolling-Shutter-Sensors“ der Kamera zu „flimmernden Linien“ kommen kann.

Es wird die Aufspaltung in das Liniendublett mit den beiden verschobenen Komponenten σ^- und σ^+ beobachtet, die unverschobene π – Komponente wird nicht beobachtet (Fig. 8b).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz mit Hilfe eines langen Optikkreuzers (1012401) zwischen dem Elektromagneten und der Sammellinse positionieren (Fig. 4 C).

Hinweis:

Der Viertelwellenlängenfilter muss sich auf der Seite der Cd-Lampe befinden.

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz auf -45° einstellen.

Die σ^- – Komponente verschwindet (Fig. 8c).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz auf $+45^\circ$ einstellen.

Die σ^+ – Komponente verschwindet (Fig. 8d).

- Den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz aus dem Strahlengang herausnehmen.
- Strom herunterregeln und DC-Netzgerät ausschalten.

Beobachtung in transversaler Richtung

- Den Elektromagneten so drehen, dass die Polschuhe senkrecht zur Richtung der optischen Achse orientiert sind (Fig. 4).
- Kein äußeres Magnetfeld anlegen.

Es werden nur die vom Fabry-Pérot-Etalon erzeugten Interferenzringe beobachtet, die jeweils der roten Cd-Spektrallinie entsprechen (Fig. 8e).

- Äußeres Magnetfeld anlegen. Dazu DC-Netzgerät einschalten und den Strom durch die Spulen auf 3,5 A ($B = 334 \text{ mT}$) hochregeln.

Es wird die Aufspaltung in das Linientriplett mit der unverschobenen π – Komponente und den beiden verschobenen Komponenten σ^- und σ^+ beobachtet (Fig. 8f).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Polarisationsfilter zwischen dem Elektromagneten und der Sammellinse positionieren (Fig. 4 B) und auf 0° , d.h. senkrecht zum Magnetfeld einstellen.

Die π – Komponente verschwindet (Fig. 8g).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Polarisationsfilter auf 90° , d.h. parallel zum Magnetfeld einstellen.

Die beiden σ – Komponenten verschwinden (Fig. 8h).

- Den Polarisationsfilter aus dem Strahlengang herausnehmen.
- Strom herunterregeln und DC-Netzgerät ausschalten.

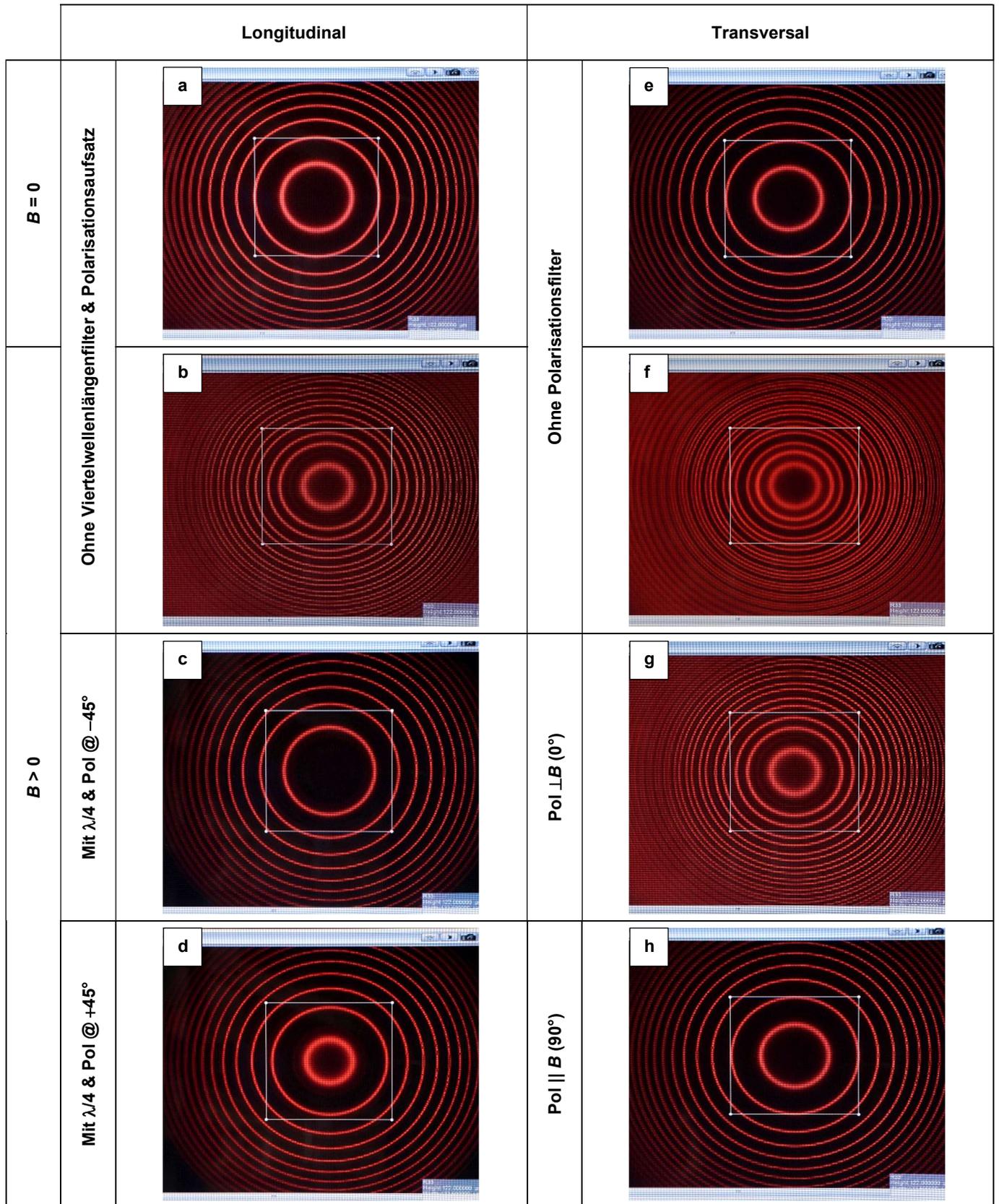


Fig. 8: Beobachtung der Dublett- und Triplet-Aufspaltung der roten Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld und Untersuchung der Polarisation. Zur besseren Orientierung ist der zweite vom Zentrum aus gezählte Interferenzring mit einem Rahmen markiert

Anomaler Zeeman-Effekt und Hyperfeinstruktur

UNTERSUCHUNG DES ANOMALEN ZEEMAN-EFFEKTS IN LONGITUDINALER UND TRANSVERSALER KONFIGURATION

- Beobachtung der Hyperfeinstruktur
- Beobachtung der Quartett- und Sextett-Aufspaltung der türkisen Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld
- Untersuchung der Polarisation der Quartett- und Sextett-Komponenten

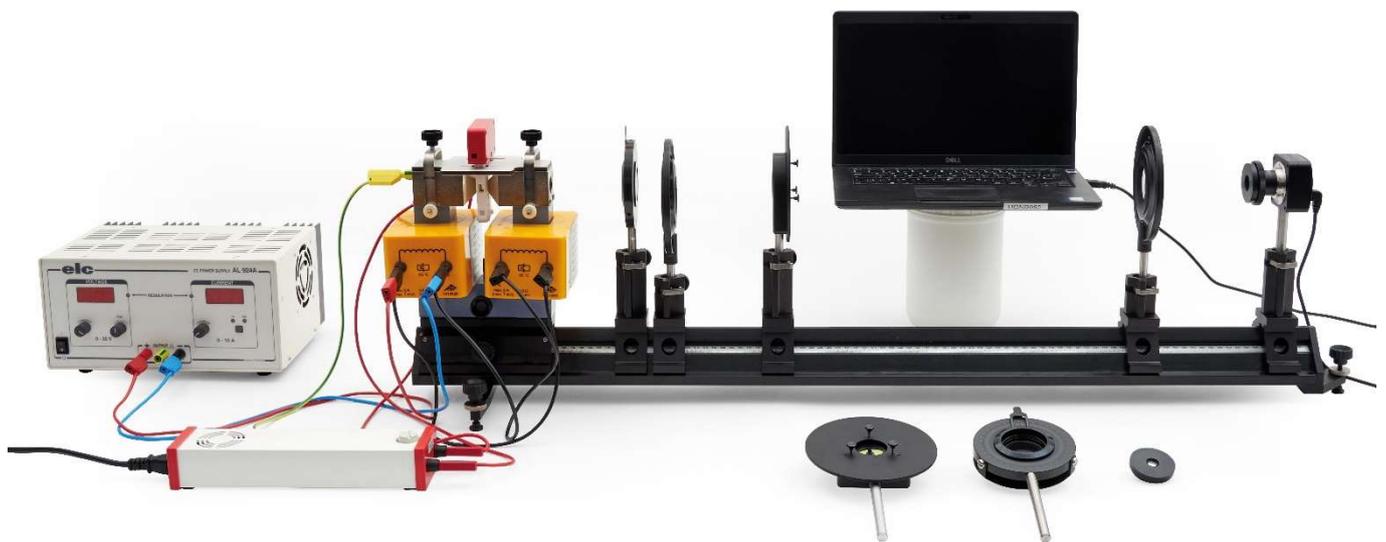


Fig. 1: Experimenteller Aufbau für den anomalen Zeeman-Effekt in longitudinaler Konfiguration

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Der Zeeman-Effekt bezeichnet die Aufspaltung von atomaren Energieniveaus bzw. Spektrallinien unter Einwirkung eines äußeren Magnetfeldes. Er wurde 1896 von seinem Namensgeber Pieter Zeeman als Verbreiterung der Natrium D-Linien entdeckt und von Hendrik Antoon Lorentz klassisch mit Hilfe der Lorentzkraft erklärt, die das Magnetfeld auf die Elektronen in der Atomhülle ausübt. Bei diesem so genannten normalen Zeeman-Effekt, wie er z.B. für die rote Cadmium-Linie ($\lambda = 643,8 \text{ nm}$) vorliegt, wird parallel zum Magnetfeld (longitudinal) eine zweifache Aufspaltung in ein Liniendublett und senkrecht zum Magnetfeld (transversal) eine dreifache Aufspaltung in ein Linientriplett beobachtet. Als anomaler Zeeman-Effekt werden komplexere Aufspaltungen bezeichnet, die erst mit Hilfe der von Goudsmit und Uhlenbeck 1925 postulierten Existenz des Elektronenspins erklärt werden konnten. Quantenmechanisch beruht der anomale Zeeman-Effekt auf der

Wechselwirkung des Magnetfelds mit dem von Bahndrehimpuls und Spin der Elektronen erzeugten magnetischen Moment der Elektronenhülle. In dieser Hinsicht stellt der anomale Zeeman-Effekt den Normalfall dar, der normale Zeeman-Effekt einen Spezialfall.

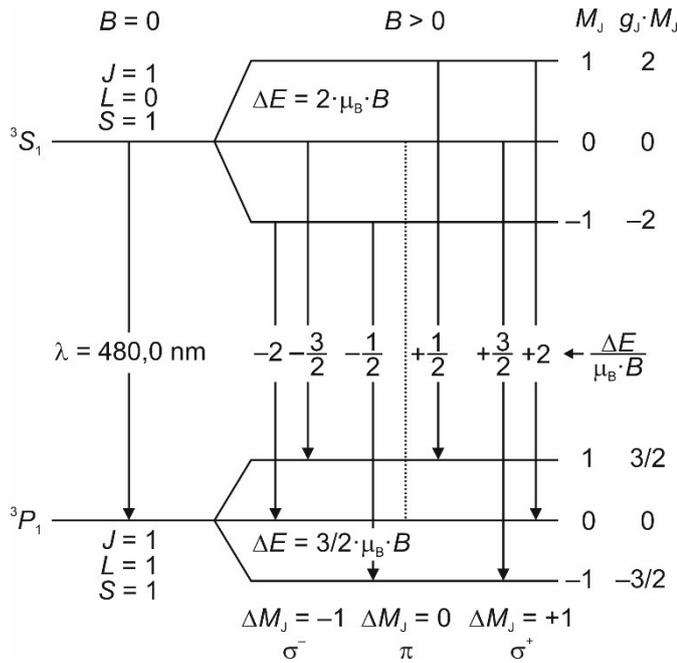


Fig. 2: Anomaler Zeeman-Effekt an der türkisen Cadmium-Spektrallinie. Aufspaltung der Energieniveaus und nach den Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung erlaubte Übergänge

Hyperfeinstrukturaufspaltung

Bereits ohne äußeres Magnetfeld können zusätzliche Linien beobachtet werden, die als Hyperfeinstruktur bezeichnet werden. Diese entsteht dadurch, dass die Cd-Lampe nicht nur das Isotop ¹¹⁴Cd mit Kernspin 0 enthält (Isotopenverhältnis 28,7%), sondern auch noch die Isotope ¹¹¹Cd (12,8%) und ¹¹³Cd (12,2%) mit Kernspin 1/2, mit dem die Elektronen wechselwirken. Dadurch existieren vier zusätzliche Linien, die um Δλ = -0,0078 nm, -0,0029 nm, +0,0061 nm und +0,0014 nm gegenüber der türkisen Cd-Linie verschoben sind. Die ersten drei Linien können im Experiment aufgelöst und beobachtet werden, die vierte Linie und die türkise Cd Linie liegen zu nah beieinander.

Anomaler Zeeman-Effekt

Der anomale Zeeman-Effekt tritt für Übergänge zwischen atomaren Zuständen mit Gesamtspin **S** ≠ **0** auf. Die türkise Cd-Linie entspricht dem Übergang ³S₁ → ³P₁ mit der Wellenlänge λ = 480,0 nm (Fig. 2). Da beide Niveaus einen Gesamtspin mit der Quantenzahl S = 1 besitzen, kann der anomale Zeeman-Effekt hier beobachtet werden. Bei Cd liegt in den äußeren Schalen LS-Kopplung vor, da die inneren Elektronen die äußeren vom Kern abschirmen. Der Gesamtdrehimpuls **J** = **L** + **S** erzeugt ein magnetisches Moment

$$(1) \quad \mu = \mu_L + \mu_S = \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot (g_L \cdot L + g_S \cdot S)$$

mit dem Bohrschen Magneton

$$(2) \quad \mu_B = \frac{e}{2 \cdot m_e} \cdot \hbar = 9,274 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T}$$

e: Elementarladung
 m_e: Masse des Elektrons
 ħ = h/2π: reduzierte Planck-Konstante

und g_L = 1, g_S = 2 für ein Elektron. Wegen g_L ≠ g_S sind **J** und **μ** nicht parallel. Nur die Komponente

$$(3) \quad \mu_J = g_J \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J$$

von **μ** parallel zu **J** liefert einen Beitrag, wobei g_J durch die Landé-Formel gegeben ist:

$$(4) \quad g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

mit den Quantenzahlen J für den Gesamtdrehimpuls, L für den gesamten Bahndrehimpuls und S für den Gesamtspin.

In einem äußeren Magnetfeld

$$(5) \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$$

ist mit dem magnetischen Moment die Energie

$$(6) \quad E = \mu_J \cdot B = \mu_{J,z} \cdot B$$

verbunden. Aufgrund der Richtungsquantelung kann die Komponente J_z des Gesamtdrehimpulses parallel zum Magnetfeld nur die Werte

$$(7) \quad J_z = M_J \cdot \hbar \text{ mit } M_J = -J, -(J-1), \dots, (J-1), J$$

annehmen. Das Energieniveau zur Gesamtdrehimpulsquantenzahl J spaltet also in 2J+1 äquidistante Komponenten auf, die sich in der magnetischen Quantenzahl M_J unterscheiden (Fig. 2). Mit Gl. (3) folgt

$$(8) \quad \mu_{J,z} = g_J \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z$$

damit nach Gl. (6)

$$(9) \quad E = \mu_{J,z} \cdot B = g_J \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot J_z \cdot B$$

und schließlich mit Gl. (7):

$$(10) \quad E = g_J \cdot M_J \cdot \mu_B \cdot B$$

Der Energieabstand zweier Niveaus mit Energien E₁ und E₂ (E₁ > E₂) ergibt sich also zu:

$$(11) \quad \Delta E = E_1 - E_2 = (g_{J,1} \cdot M_{J,1} - g_{J,2} \cdot M_{J,2}) \cdot \mu_B \cdot B$$

Nach Gl. (7) werden beide Niveaus ³S₁ und ³P₁ in drei Komponenten aufgespalten, jeweils mit dem durch Gl. (11) gegebenen äquidistanten Energieabstand (Fig. 2).

Nach den Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung sind zwischen diesen Niveaus Übergänge erlaubt mit

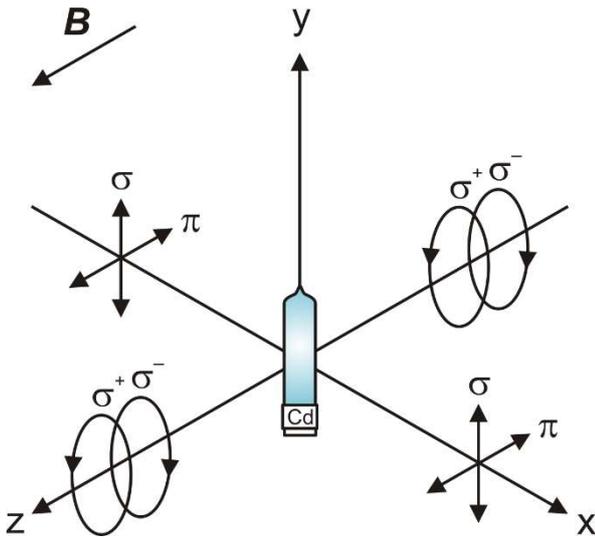


Fig. 3: Polarisation der elektrischen Dipolstrahlung in Abhängigkeit von der Ausbreitungsrichtung

$$(12) \Delta M_J = \begin{cases} +1 & \text{(rechts zirkular polarisiertes Licht, } \sigma^+) \\ 0 & \text{(linear polarisiertes Licht, } \pi) \\ -1 & \text{(links zirkular polarisiertes Licht, } \sigma^-) \end{cases}$$

wobei das emittierte Licht wie oben angegeben polarisiert ist. Eine Ausnahme bilden Übergänge zwischen Niveaus mit $M_J = 0$ und $\Delta J = 0$, die verboten sind (Fig. 2, gestrichelte Linie).

Insgesamt können also gemäß $E = \hbar \cdot \omega$ sechs um

$$(13) \Delta \lambda = -\frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi \cdot \hbar \cdot c} \cdot \Delta E$$

c: Vakuum-Lichtgeschwindigkeit

verschobene Spektrallinien beobachtet werden, zwei π -Komponenten und vier σ -Komponenten mit entsprechend höheren bzw. niedrigeren Wellenlängen. Für den kleinsten Energieabstand $|\Delta E| = \frac{1}{2} \cdot \mu_B \cdot B$ (Fig. 2) ergibt sich aus Gleichung (13) durch Einsetzen der Gleichungen (11) und (2) für die im Experiment eingestellte Flussdichte $B = 422 \text{ mT}$ eine Verschiebung um $|\Delta \lambda| = 0,0023 \text{ nm}$.

Die räumliche Verteilung des emittierten Lichts ist für die π - und die σ -Komponenten unterschiedlich. Der Fall $\Delta M_J = 0$ entspricht klassisch einem parallel zum Magnetfeld schwingenden Hertz'schen Dipol. Dementsprechend wird senkrecht zum Magnetfeld (transversal) linear polarisiertes Licht abgestrahlt, parallel zum Magnetfeld (longitudinal) kein Licht (Fig. 3). Die Fälle $\Delta M_J = \pm 1$ entsprechen jeweils zwei zueinander mit einer Phasendifferenz von 90° senkrecht schwingenden Dipolen. Dementsprechend wird sowohl parallel als auch senkrecht zum Magnetfeld Licht abgestrahlt, das parallel zum Magnetfeld zirkular polarisiert ist, und zwar links zirkular polarisiert für $\Delta M_J = -1$ und rechts zirkular polarisiert für $\Delta M_J = +1$.

Für die Analyse der Lichtpolarisation wird bei Beobachtung in longitudinaler Richtung also ein Viertelwellenlängenfilter mit nachgeschaltetem Polarisationsfilter benötigt, da die Beobachtung senkrecht zur Polarisationssebene der σ -Komponenten erfolgt (Fig. 3). Der Viertelwellenlängenfilter wandelt das zirkular polarisierte Licht in linear polarisiertes um, das dann mit

Hilfe des Polarisationsfilters analysiert werden kann. Bei Einstellung des Viertelwellenlängenfilters auf -45° werden entsprechend die σ^+ -Komponenten umgewandelt und können beobachtet werden, während die σ^- -Komponenten verschwinden. Bei Einstellung des Viertelwellenlängenfilters auf $+45^\circ$ verhält es sich genau umgekehrt. Für die Beobachtung in transversaler Richtung wird nur ein Polarisationsfilter benötigt, da die Beobachtung parallel zur Polarisationssebene der σ -Komponenten erfolgt und diese linear polarisiert erscheinen (Fig. 3). Die π -Komponenten sind stets linear polarisiert. Bei Einstellung des Polarisationsfilters auf 0° können entsprechend die σ -Komponenten beobachtet werden, während die π -Komponenten verschwinden. Bei Einstellung des Polarisationsfilters auf 90° verhält es sich genau umgekehrt.

Im Experiment erfolgt die Beobachtung der Aufspaltung mit Hilfe einer Digitalkamera, der ein Fabry-Pérot-Etalon und eine Abbildungsoptik vorgeschaltet sind. Das Fabry-Pérot-Etalon ist so ausgelegt, dass es die Resonanzbedingung für die spezifische Wellenlänge $480,0 \text{ nm}$ der türkisen Cd-Linie erfüllt. Beim Durchgang des Lichts der Cadmium-Lampe durch das Fabry-Pérot-Etalon entstehen Interferenzringe, die wie die Spektrallinie in Abhängigkeit des äußeren Magnetfelds aufspalten und durch die Optik auf den Kamerasensor abgebildet werden. Die Beobachtung parallel oder senkrecht zum äußeren Magnetfeld wird durch einen drehbar gelagerten Elektromagneten ermöglicht. Die Aufspaltung wird qualitativ beobachtet und die Polarisation der aufgespaltenen Komponenten mit Hilfe eines Viertelwellenlängenfilters mit Polarisationsaufsatz und eines Polarisationsfilters untersucht.

GERÄTELISTE

1 Cd-Lampe mit Zubehör @230 V oder	1021366
1 Cd-Lampe mit Zubehör @115 V	1021747
1 Fabry-Pérot-Etalon 480 nm	1025375
1 DC-Netzgerät, längsgeregelt, 1 – 30V, 0 – 10A @230V	1025380
oder	
1 DC-Netzgerät 20 V, 5 A @115 V	1003311
1 U-Kern D	1022663
2 Spulen D 900 Windungen	1012859
1 Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt	1021365
1 Mikroskopkamera Bresser MikroCam SP 3.1	1024060
1 Linse 12 mm für die Bresser Mikroskopiekamera	1024059
1 Stativstange mit 1/4 Zoll Gewinde, 100 mm	1025431
1 Bandpassinterferenzfilter, 480 nm	1025377
2 Sammellinsen auf Stiel, f = 100 mm	1003023
1 Viertelwellenlängenfilter auf Stiel	1021353
1 Polarisationsaufsatz	1021364
1 Polarisationsfilter auf Stiel	1008668
1 Optische Bank D, 100 cm	1002628
1 Satz Füße für Optische Bank D	1012399
1 Optikfuß D	1009733
3 Optikreiter D 90/36	1012401
2 Optikreiter D 60/36	1002639
1 Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, rot, blau	1017718
1 Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, schwarz	1002849

AUFBAU UND SICHERHEITSHINWEISE

Die Durchführung dieses Experiments setzt voraus, dass die Montage der Komponenten sowie der experimentelle Aufbau und die Justage gemäß der Anleitung des Experiments zum normalen Zeeman-Effekt erfolgt ist, unter Beachtung aller darin formulierten Sicherheitshinweise. Statt Fabry-Pérot-Etalon und Farbfilter für die rote Cd-Linie sind das Fabry-Pérot-Etalon 480 nm (1025375) und der Bandpassinterferenzfilter, 480 nm (1025377) zu verwenden.

Die maximale Stromstärke durch die Spulen D mit 900 Windungen beträgt 5 A (7 Minuten). Sie kann kurzfristig (30 Sekunden) auf das Doppelte angehoben werden. Die Spulen verfügen über eine interne reversible Temperatursicherung, die bei einer Wicklungstemperatur von 85 °C auslöst. Die Rückstellzeit beträgt 10-20 Minuten, je nach Umgebungstemperatur.

- Die Messung zügig durchführen, so dass ein Auslösen der Temperatursicherung durch zu langes Fließen hoher Ströme vermieden wird.
- Die Spulen nicht ohne Trafokern betreiben.

ALLGEMEINE HINWEISE

Es empfiehlt sich, das Experiment in einem dunklen Raum durchzuführen, um Streulicht aus der Umgebung zu minimieren sowie optimale Belichtung und optimalen Kontrast des Livebildes der Kamera zu erzielen.

Die Software der Kamera ist auf dem Mess-Computer zu installieren.

DURCHFÜHRUNG, MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

Beobachtung in longitudinaler Richtung

Die folgenden Schritte ausführen, beobachten, wie sich die Interferenzringe ändern und Bildschirmfotos anfertigen.

- Kein äußeres Magnetfeld anlegen.

Es werden die vom Fabry-Pérot-Etalon erzeugten Interferenzringe beobachtet, die jeweils der türkisen Cd-Spektrallinie entsprechen sowie weitere Interferenzringe, die den Spektrallinien der Hyperfeinstruktur entsprechen (Fig. 4a).

Hinweis:

Um die Hyperfeinstruktur optimal erkennen zu können empfiehlt es sich, die Interferenzringe der türkisen Cd-Linie überzubelichten, d.h. eine entsprechend höhere Belichtungszeit einzustellen.

- Äußeres Magnetfeld anlegen. Dazu DC-Netzgerät einschalten und den Strom durch die Spulen auf 4,5 A ($B = 422$ mT) hochregeln.

Hinweise:

Bei angelegtem Magnetfeld sollte die Belichtungszeit ≥ 20 ms sein, da es sonst aufgrund einer Beeinträchtigung des „Rolling-Shutter-Sensors“ der Kamera zu „flimmernden Linien“ kommen kann. Da die Interferenzringe der Hyperfeinstruktur bei der Beobachtung des anomalen Zeeman-Effekts stören, empfiehlt es sich, eine entsprechend niedrigere Belichtungszeit einzustellen.

Es wird die vierfache Aufspaltung in die beiden σ^- – und die beiden σ^+ – Komponenten beobachtet, die beiden π – Komponenten werden nicht beobachtet (Fig. 4b).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz mit Hilfe eines langen Optikreiters (1012401) zwischen dem Elektromagneten und der Sammellinse positionieren.

Hinweis:

Der Viertelwellenlängenfilter muss sich auf der Seite der Cd-Lampe befinden.

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz auf -45° einstellen.

Die beiden σ^- – Komponenten verschwinden (Fig. 4c).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz auf $+45^\circ$ einstellen.

Die beiden σ^+ – Komponenten verschwinden (Fig. 4d).

- Den Viertelwellenlängenfilter mit Polarisationsaufsatz aus dem Strahlengang herausnehmen.
- Strom herunterregeln und DC-Netzgerät ausschalten.

Beobachtung in transversaler Richtung

- Den Elektromagneten um 90° drehen, so dass die Polschuhe senkrecht zur Richtung der optischen Achse orientiert sind.

- Kein äußeres Magnetfeld anlegen.

Es werden nur die vom Fabry-Pérot-Etalon erzeugten Interferenzringe beobachtet, die jeweils der türkisen Cd-Spektrallinie entsprechen sowie weitere Interferenzringe, die den Spektrallinien der Hyperfeinstruktur entsprechen (Fig. 4e).

- Äußeres Magnetfeld anlegen. Dazu DC-Netzgerät einschalten und den Strom durch die Spulen auf 4,5 A ($B = 422$ mT) hochregeln.

Es wird die sechsfache Aufspaltung in die beiden π^- , die beiden σ^- – und die beiden σ^+ – Komponenten beobachtet (Fig. 4f).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Polarisationsfilter zwischen dem Elektromagneten und der Sammellinse positionieren und auf 0° , d.h. senkrecht zum Magnetfeld einstellen.

Die beiden π^- – Komponenten verschwinden (Fig. 4g).

- Bei angelegtem Magnetfeld den Polarisationsfilter auf 90° , d.h. parallel zum Magnetfeld einstellen.

Die beiden σ^- – und die beiden σ^+ – Komponenten verschwinden (Fig. 4h).

- Den Polarisationsfilter aus dem Strahlengang herausnehmen.
- Strom herunterregeln und DC-Netzgerät ausschalten.

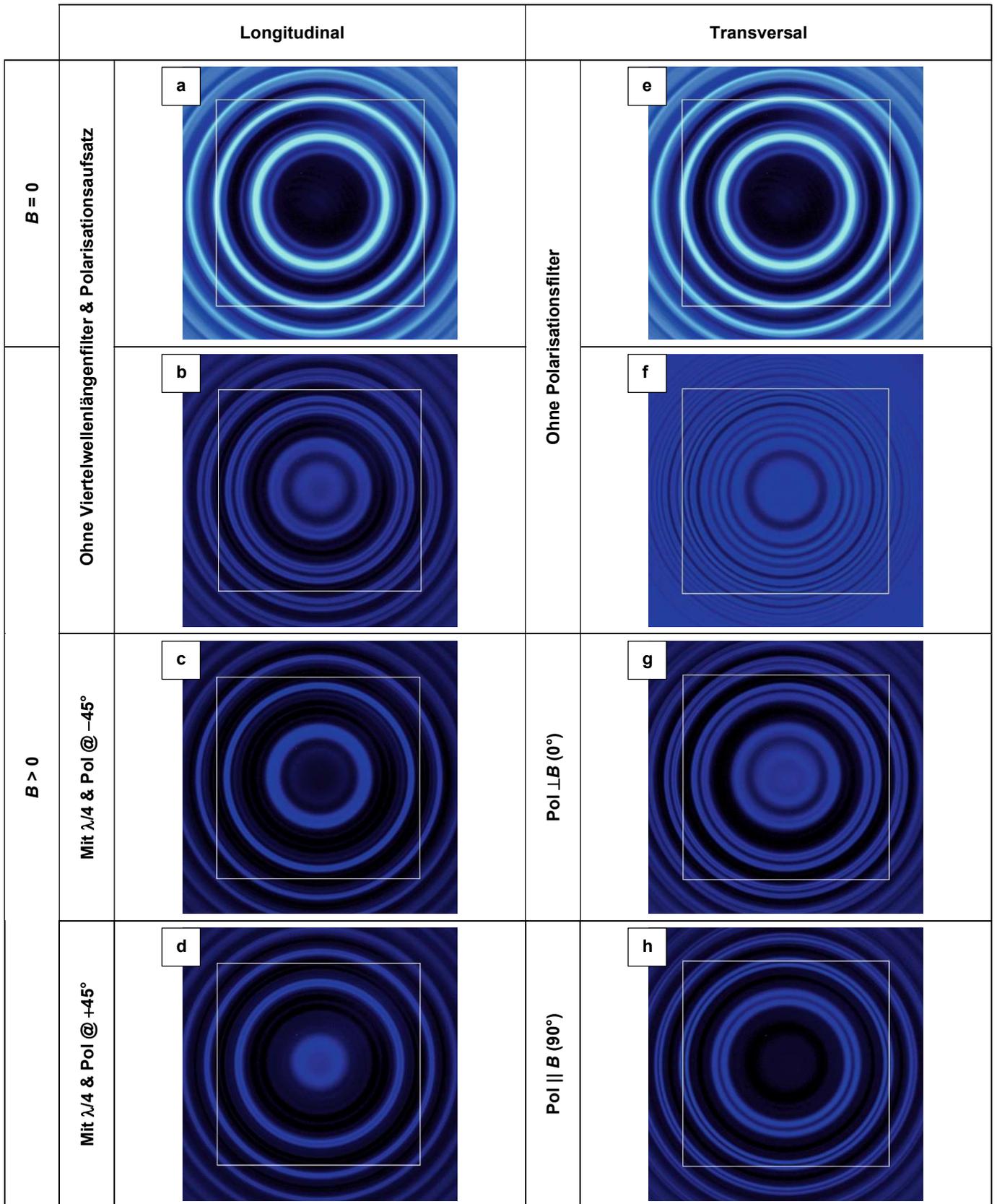


Fig. 4: Beobachtung der vier- und sechsfachen Aufspaltung der türkisen Cadmium-Linie im äußeren Magnetfeld und Untersuchung der Polarisation. Zur besseren Orientierung ist der zweite vom Zentrum aus gezählte Interferenzring mit einem Rahmen markiert

Fabry-Pérot-Interferometer, Bestimmung des Bohrschen Magnetons

SPEKTROSKOPIE MIT EINEM FABRY-PÉROT-ETALON

- Experimentelle Einführung in das Fabry-Pérot-Interferometer am Beispiel des normalen Zeeman-Effekts
- Ausmessen der Interferenzringe des Fabry-Pérot Etalons in Abhängigkeit des äußeren Magnetfeldes
- Bestimmung des Bohrschen Magnetons

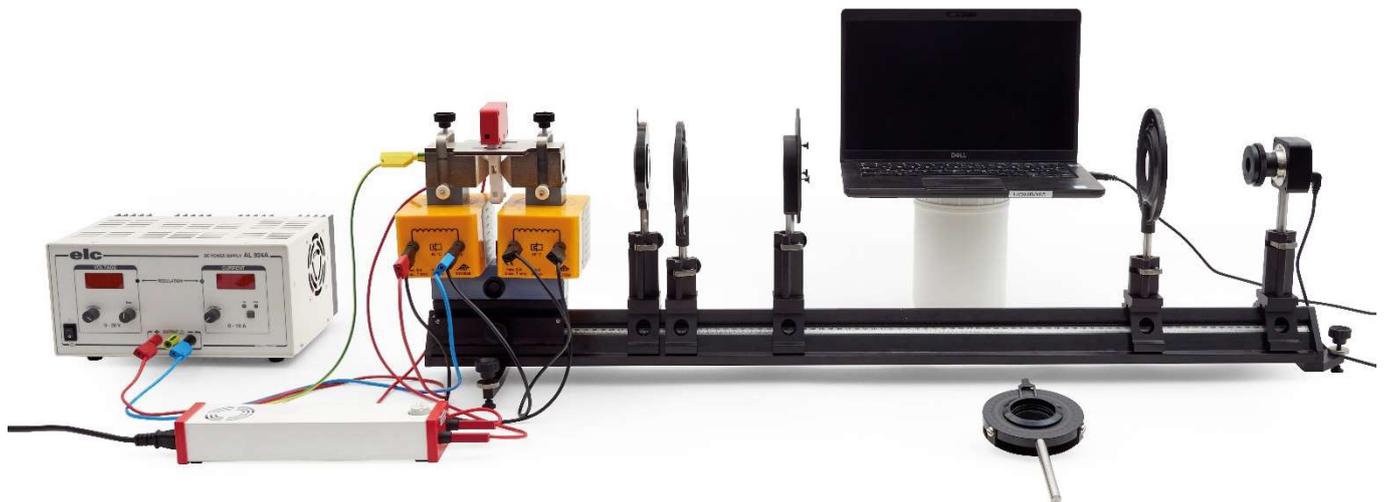


Fig. 1: Experimenteller Aufbau für den normalen Zeeman-Effekt in longitudinaler Konfiguration

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Das von seinen Namensgebern Charles Fabry und Alfred Pérot entwickelte Fabry-Pérot-Interferometer ist ein optischer Resonator, der aus zwei teildurchlässigen Spiegeln besteht. Ein Fabry-Pérot-Interferometer mit festem Spiegelabstand wird als Fabry-Pérot-Etalon bezeichnet. Da es so ausgelegt ist, dass es die Resonanzbedingung für eine bestimmte Wellenlänge erfüllt, wirkt das Etalon auch wie ein optischer Filter. Ein einfallender Lichtstrahl wird im Etalon mehrfach reflektiert, so dass die bei jeder Reflexion transmittierten Lichtstrahlen miteinander interferieren. Diese Vielstrahlinterferenz erzeugt in Transmission eine Intensitätsverteilung mit schmalen Maxima und breiten Minima. Zusammen mit der hohen Interferenzordnung bei entsprechend großen Resonatorabmessungen resultiert daraus eine hohe Güte und entsprechend ein hohes Auflösungsvermögen. Dadurch können kleine spektrale Aufspaltungen, wie sie beim normalen Zeeman-Effekt an der

roten Cd-Linie ($\lambda = 643,8 \text{ nm}$) vorliegen ($\Delta\lambda = 0,0068 \text{ nm}$ bei $B = 350 \text{ mT}$), noch aufgelöst werden.

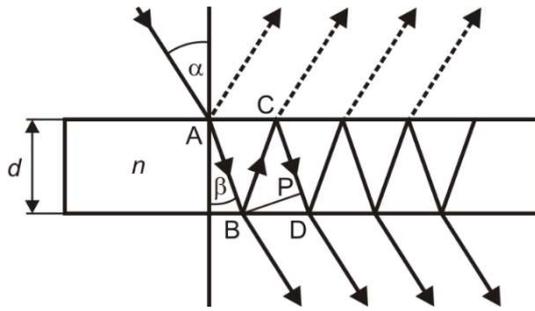


Fig. 2: Strahlengang im Fabry-Pérot Etalon

Der Fokus dieses Experiments richtet sich auf die Spektroskopie mit einem Fabry-Pérot-Etalon. Das Fabry-Pérot-Etalon ist zusammen mit einer Abbildungsoptik der Kamera vorgeschaltet, mit der die Beobachtung der Zeeman-Aufspaltung erfolgt. Beim Durchgang des Lichts der Cadmium-Lampe durch das Fabry-Pérot-Etalon entstehen Interferenzringe, die wie die Spektrallinie in Abhängigkeit des äußeren Magnetfelds aufspalten und durch die Optik auf die Kamera abgebildet werden. Die Beobachtung parallel oder senkrecht zum äußeren Magnetfeld wird durch einen drehbar gelagerten Elektromagneten ermöglicht.

Das Fabry-Pérot Etalon besteht aus einer Quarzglasplatte mit einer beidseitigen, teilreflektierenden Verspiegelung hoher Reflektivität (Fig. 2). Im vorliegenden Fall ist das Etalon so ausgelegt, dass die Resonanzbedingung für die Wellenlänge $\lambda = 643,8 \text{ nm}$ der roten Cd-Linie erfüllt ist. In diesem Sinne wirkt das Etalon auch wie ein optischer Filter. Die Dicke d , der Brechungsindex n und der Reflexionskoeffizient R des Etalons betragen:

- $d = 4 \text{ mm}$
- (1) $n = 1,4567$
- $R = 0,85$

Ein einfallender Lichtstrahl wird im Etalon mehrfach reflektiert. Die bei jeder Reflexion transmittierten Lichtstrahlen interferieren miteinander. Der Gangunterschied Δs zwischen zwei benachbarten transmittierten Lichtstrahlen, z.B. die an den Punkten B und D austretenden Lichtstrahlen in Fig. 2, beträgt:

$$(2) \Delta s = n \cdot (\overline{BC} + \overline{CP}) .$$

Aus

$$(3) \overline{CP} = \overline{BC} \cdot \cos(2 \cdot \beta) ,$$

$$(4) d = \overline{BC} \cdot \cos(\beta) ,$$

dem Snellius'schen Brechungsgesetz ($n_{\text{Luft}} \approx 1$)

$$(5) \sin(\alpha) = n \cdot \sin(\beta)$$

und den Additionstheoremen

$$(6) \begin{aligned} \cos(\beta) &= \sqrt{1 - \sin^2(\beta)} \\ \cos(2 \cdot \beta) &= 1 - 2 \cdot \sin^2(\beta) \end{aligned}$$

ergibt sich der Gangunterschied zu

$$(7) \Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\beta)$$

und daraus die Bedingung für das Vorliegen von Interferenzmaxima:

$$(8) k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha_k)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\beta_k) .$$

k : Ganze Zahl, Interferenzordnung

α_k : Einfallswinkel zur k -ten Interferenzordnung

β_k : Brechungswinkel zur k -ten Interferenzordnung

Insgesamt wird ein Interferenzmuster aus konzentrischen Ringen erzeugt. Die Brechung an den Grenzflächen der Glasplatte des Fabry-Pérot-Etalons kann vernachlässigt werden, da sie das Interferenzmuster nur parallel verschiebt. Deshalb wird der Brechungswinkel β durch den Einfallswinkel α ersetzt, und die Interferenzbedingung (8) ergibt sich zu

$$(9) k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\alpha_k) \approx 2 \cdot d \cdot n \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^2}{2}\right) ,$$

mit der Entwicklung $\cos(x) \approx (1 - x^2 / 2)$ der Cosinusfunktion.

Das Interferenzmuster wird mit Hilfe der Sammellinse auf die Kamera abgebildet (Fig. 3). Zwischen dem Winkel α_k , unter dem der Interferenzring zur k -ten Ordnung erscheint, dem Radius r_k des Interferenzrings zur k -ten Ordnung und der Brennweite f der Linse besteht folgender Zusammenhang (Fig. 3):

$$(10) r_k = f \cdot \tan(\alpha_k) \approx f \cdot \alpha_k ,$$

mit der Kleinwinkel-Näherung $\tan(x) \approx x$. Für die Interferenzordnung k und den Winkel α_k folgt aus Gleichung (9)

$$(11) k = k_0 \cdot \cos(\alpha_k) \approx k_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^2}{2}\right) \text{ mit } k_0 = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda}$$

und

$$(12) \alpha_k = \sqrt{\frac{2 \cdot (k_0 - k)}{k_0}} .$$

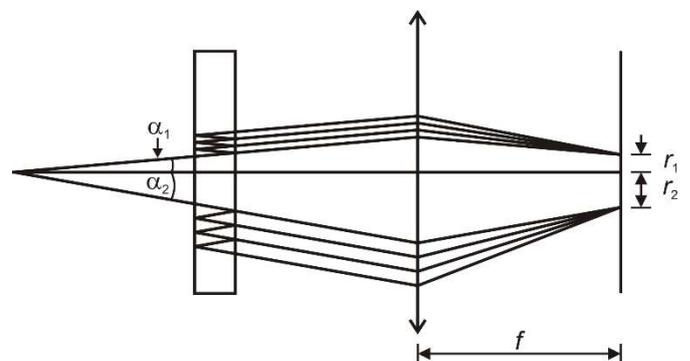


Fig. 3: Abbildung der Interferenzringe des Fabry-Pérot-Etalons auf die Digitalkamera

Nach Gleichung (11) ist wegen $|\cos(\alpha_k)| \leq 1$ die Interferenzordnung k für $\alpha_k = 0$, d.h. im Zentrum der Interferenzringe, am größten und entspricht dem Parameter k_0 , der im Allgemeinen keine ganze Zahl ist. Da die Interferenzringe im Experiment vom Zentrum aus abgezählt werden, wird die Interferenzordnung k mit einer ganzen Zahl j indiziert, die die k -te Interferenzordnung mit dem j -ten vom Zentrum aus gezählten Interferenzring identifiziert, in Verallgemeinerung des bereits eingeführten Parameters k_0 .

Der erste helle Interferenzring mit der Ordnung k_1 erscheint nach Gleichung (12) unter dem Winkel

$$(13) \alpha_{k_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot (k_0 - k_1)}{k_0}},$$

wobei k_1 die nächste ganze Zahl ist, die kleiner als k_0 ist. Da k_0 im Allgemeinen keine ganze Zahl ist, ist die Differenz $k_0 - k_1$ kleiner als 1. Deshalb wird ein Parameter ε wie folgt definiert:

$$(14) \varepsilon := k_0 - k_1 \text{ mit } 0 < \varepsilon < 1$$

Für alle Interferenzringe mit $j \geq 2$ verringert sich die Ordnungszahl k_j jeweils um 1, so dass für die Interferenzordnung des j -ten vom Zentrum aus gezählten Interferenzrings allgemein gilt:

$$(15) k_j = (k_0 - \varepsilon) - (j - 1)$$

Für $j = 1$ entspricht Gleichung (15) gerade der Definition von ε aus Gleichung (14). Einsetzen von Gleichung (12) mit $k = k_j$ und (15) in Gleichung (10) ergibt

$$(16) r_j = \sqrt{\frac{2 \cdot f^2}{k_0}} \cdot \sqrt{(j - 1) + \varepsilon},$$

wobei der Einfachheit halber für die Indizierung, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, $r_{k_j} \rightarrow r_j$ gesetzt wurde. Diese Konvention wird im Folgenden beibehalten. Aus Gleichung (16) folgt, dass die Differenz der Radien-Quadrate benachbarter Interferenzringe konstant ist:

$$(17) r_{j+1}^2 - r_j^2 = \frac{2 \cdot f^2}{k_0} = \text{const.}$$

Aus Gleichung (16) und (17) folgt:

$$(18) \varepsilon = \frac{r_{j+1}^2}{r_{j+1}^2 - r_j^2} - j.$$

Spalten die Interferenzringe jeweils in zwei sehr nah beieinander liegende Komponenten a und b auf, deren Wellenlänge sich nur geringfügig voneinander unterscheidet, folgt z.B. für den ersten vom Zentrum aus gezählten Interferenzring nach Gleichung (14):

$$(19) \begin{aligned} \varepsilon_a &= k_{0,a} - k_{1,a} = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda_a} - k_{1,a} \\ \varepsilon_b &= k_{0,b} - k_{1,b} = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda_b} - k_{1,b} \end{aligned}$$

Da die beiden Komponenten zur gleichen Interferenzordnung gehören, gilt unter der Voraussetzung, dass sich die Interferenzringe nicht um mehr als eine ganze Ordnung überlappen, $k_{1,a} = k_{1,b}$ und damit:

$$(20) \varepsilon_a - \varepsilon_b = k_{0,a} - k_{0,b} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right).$$

Gleichung (20) hängt nicht explizit von der Interferenzordnung ab. Wird Gleichung (18) für beide Komponenten a und b formuliert und in Gleichung (20) eingesetzt, ergibt sich:

$$(21) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \left(\frac{r_{j+1,a}^2}{r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2} - \frac{r_{j+1,b}^2}{r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2} \right).$$

Aus Gleichung (17) folgt, dass die Differenz der Radien-Quadrate der Komponente a oder b für benachbarte Interferenzordnungen j und $j+1$ mit $j > 0$ wegen $\lambda_a \approx \lambda_b$ und damit $k_{0,a} \approx k_{0,b}$ näherungsweise gleich sind:

$$(22) \Delta_a^{j+1,j} = r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2 = r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2 = \Delta_b^{j+1,j}.$$

Entsprechend gilt für zwei Komponenten a und b der gleichen Interferenzordnung j mit $j > 0$:

$$(23) \delta_{a,b}^j = r_{j,a}^2 - r_{j,b}^2 = r_{j+1,a}^2 - r_{j+1,b}^2 = \delta_{a,b}^{j+1}.$$

Einsetzen der Gleichungen (22) und (23) in Gleichung (21) ergibt:

$$(24) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \frac{\delta_{a,b}^{j+1}}{\Delta_a^{j+1,j}} \text{ für alle } j > 0$$

Da die Gleichung (22) für beide Komponenten a und b benachbarter Interferenzringe und die Gleichung (23) für alle Interferenzringe gilt, können Mittelwerte

$$(25) \delta = \overline{\delta_{a,b}^j}$$

und

$$(26) \Delta = \overline{\Delta_a^{j+1,j}}$$

gebildet und in die Gleichung (24) eingesetzt werden:

$$(27) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \frac{\delta}{\Delta}.$$

Mit

$$(28) \Delta E_{a,b} = h \cdot c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \mu_B \cdot B$$

folgt aus Gleichung (27):

$$(29) \frac{\delta}{\Delta} = 2 \cdot \frac{d \cdot n}{h \cdot c} \cdot \mu_B \cdot B = a \cdot B \text{ mit } a = 2 \cdot \frac{d \cdot n}{h \cdot c} \cdot \mu_B.$$

Der Quotient δ / Δ kann in Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte B gemessen, graphisch aufgetragen und das Bohrsche Magneton μ_B aus der Steigung a einer Geradenanpassung bestimmt werden.

GERÄTELISTE

1 Cd-Lampe mit Zubehör @230 V oder	1021366
1 Cd-Lampe mit Zubehör @115 V	1021747
1 Fabry-Pérot-Etalon 644 nm	1020903
1 DC-Netzgerät, längsgeregelt, 1 – 30V, 0 – 10A @230V oder	1025380
1 DC-Netzgerät 20 V, 5 A @115 V	1003311
1 U-Kern D	1022663
2 Spulen D 900 Windungen	1012859
1 Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt	1021365
1 Mikroskopkamera Bresser MikroCam SP 3.1	1024060
1 Linse 12 mm für die Bresser Mikroskopiekamera	1024059
1 Stativstange mit ¼ Zoll Gewinde, 100 mm	1025431
1 Roter Farbfilter in Fassung	1025376
2 Sammellinsen auf Stiel, $f = 100$ mm	1003023
1 Viertelwellenlängenfilter auf Stiel	1021353
1 Polarisationsaufsatz	1021364
1 Polarisationsfilter auf Stiel	1008668
1 Optische Bank D, 100 cm	1002628
1 Satz Füße für Optische Bank D	1012399
1 Optikfuß D	1009733
3 Optikreiter D 90/36	1012401
2 Optikreiter D 60/36	1002639
1 Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, rot, blau	1017718
1 Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, schwarz	1002849

AUFBAU UND SICHERHEITSHINWEISE

Die Durchführung dieses Experiments setzt voraus, dass die Montage der Komponenten sowie der experimentelle Aufbau und die Justage gemäß der Anleitung des Experiments zum normalen Zeeman-Effekt erfolgt ist, unter Beachtung aller darin formulierten Sicherheitshinweise.

Die maximale Stromstärke durch die Spulen D mit 900 Windungen beträgt 5 A (7 Minuten). Sie kann kurzfristig (30 Sekunden) auf das Doppelte angehoben werden. Die Spulen verfügen über eine interne reversible Temperatursicherung, die bei einer Wicklungstemperatur von 85 °C auslöst. Die Rückstellzeit beträgt 10-20 Minuten, je nach Umgebungstemperatur.

- Die Messung zügig durchführen, so dass ein Auslösen der Temperatursicherung durch zu langes Fließen hoher Ströme vermieden wird.
- Die Spulen nicht ohne Trafokern betreiben.

DURCHFÜHRUNG

Messung

- Die transversale Konfiguration durch Drehen des Elektromagneten herstellen wie in der Anleitung des Experiments zum normalen Zeeman-Effekt beschrieben.

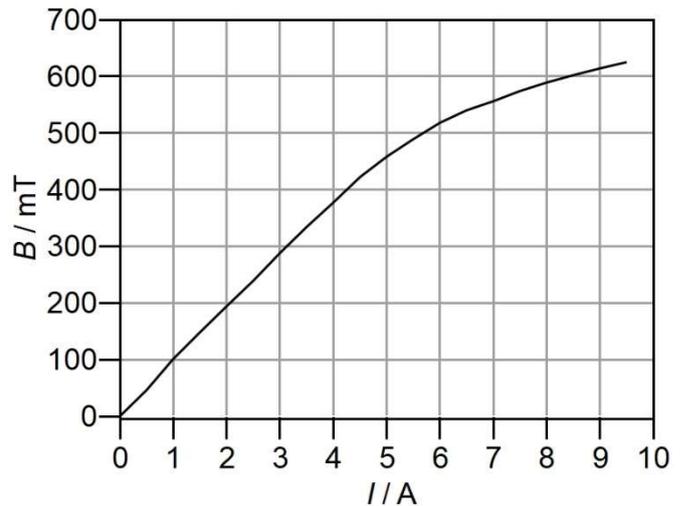


Fig. 4: Kalibrierkurve des Elektromagneten

- Die 12-mm-Linse so fokussieren, dass die Interferenzringe der innersten Ordnung scharf gestellt sind. Die Sammellinsen (Abbildungs- und Kondensorlinse) nicht mehr verschieben und die 12-mm-Linse nicht mehr nachfokussieren, da sonst die Auswertung falsche Ergebnisse liefert.
- Das DC-Netzgerät einschalten, den Strom durch die Spulen zuerst auf 3 A, dann in 0,5-A-Schritten auf 5 A und in 1-A-Schritten weiter auf 9 A hochregeln. Bei jedem Schritt ein Einzelbild („Schnappschuss“) mit der Kamera-Software aufnehmen und als „JPEG“ speichern.

Hinweis:

Beim Hochregeln des Stroms ist darauf zu achten, dass sich die Interferenzringe nicht um mehr als eine ganze Ordnung überlappen.

Kalibrierung des Elektromagneten

Die Werte für die magnetischen Flussdichten B , die den eingestellten Stromstärken I entsprechen, sind der Kalibrierkurve in Fig. 4 bzw. Tab. 1 zu entnehmen. Alternativ kann die Kalibrierkurve wie folgt aufgenommen werden:

- Die Cd-Lampe am Gehäuse aus der Montageplatte herausnehmen.
- Ein Teslameter im Luftspalt zwischen den beiden Polschuhen (ca. 10 mm) so platzieren, dass der Magnetfeldsensor zentriert positioniert ist.
- Das DC-Netzgerät einschalten, und den Strom I durch die Spulen in 0,5-A-Schritten hochregeln. Bei jedem Schritt die Werte für die magnetische Flussdichte B messen, notieren und gegen die eingestellten Stromstärken graphisch auftragen.
- Strom herunterregeln und DC-Netzgerät ausschalten.
- Die Cd-Lampe wieder in die Montageplatte einführen.

Tab 1: Kalibrierung des Elektromagneten. Eingestellte Stromstärken I und gemessene magnetische Flussdichten B

I / A	B / mT	I / A	B / mT
0,0	0	5,0	458
0,5	46	5,5	489
1,0	101	6,0	518
1,5	148	6,5	540
2,0	194	7,0	556
2,5	239	7,5	574
3,0	288	8,0	589
3,5	334	8,5	602
4,0	377	9,0	614
4,5	422	9,5	625

MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

Die folgenden Arbeitsschritte sind für jedes gespeicherte Einzelbild durchzuführen:

- Ein Einzelbild in der Kamera-Software öffnen (in der Menüleiste „Datei“ anklicken und „Bild öffnen“ auswählen).
- In der Menüleiste „Optionen“ anklicken, in dem sich öffnenden Fenster „Längeneinheit“ auswählen, unter „Aktuell“ einen Haken bei „Pixel“ setzen und die Einstellung durch Anklicken von „OK“ bestätigen.
- In der Symbolleiste die Schaltfläche „Kreis“ anklicken und „3 Punkte“ auswählen. Einen Kreis auf den innersten Interferenzring legen. Dieser wird im Folgenden mit „C1“ bezeichnet.

Das Fenster „Messung“ öffnet sich automatisch.

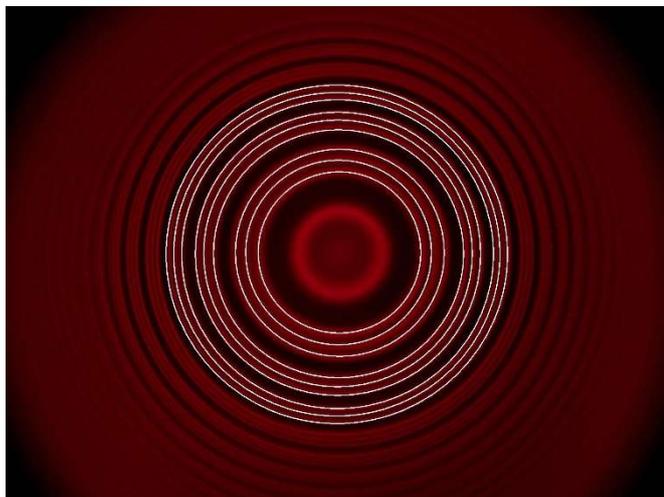


Fig. 5: Triplet-Aufspaltung der roten Cadmium-Linie ($I = 5,0 A \triangleq B = 458 mT$). Mit Kreisen markierte Interferenzringe zur Bestimmung der eingeschlossenen Flächen

- Unter „Aussehen“ ggf. das Erscheinungsbild anpassen (z.B. Linienbreite/-farbe, Label ein-/ausblenden).
- Unter „Geometrie“ den Zahlenwert für die Fläche in Pixel notieren (Tab. 2). In derselben Weise weitere Interferenzringe markieren (C2–C9, Fig. 5) und die Flächen notieren (Tab. 2). Die Schaltfläche „Verfolgung“ (Hand-Symbol) anklicken, um den Vorgang abzuschließen.
- In der Menüleiste „Ebene“ anklicken, „Zusammenführen mit Bild“ auswählen und „OK“ anklicken.
- In der Menüleiste „Datei“ anklicken, „Speichern unter“ auswählen und das Einzelbild als JPEG unter einem aussagekräftigen Namen speichern.

Hinweis:

Die Einheit der Fläche ist für die weitere Auswertung irrelevant, da keine absoluten, sondern nur relative Werte und Verhältnisse berechnet werden. Die absoluten Werte der Flächen (Tab. 2) können je nach Position der Optiken deutlich abweichen.

- Die Flächendifferenzen Δ der sich entsprechenden Komponenten benachbarter Interferenzordnungen (Kreise $C4 \leftrightarrow C1$, $C5 \leftrightarrow C2$, $C6 \leftrightarrow C3$, $C7 \leftrightarrow C4$, $C8 \leftrightarrow C5$, $C9 \leftrightarrow C6$) berechnen (Gl. (22), Tab. 3).
- Die Flächendifferenzen δ benachbarter Komponenten der gleichen Interferenzordnungen (Kreise $C2 \leftrightarrow C1$, $C3 \leftrightarrow C2$, $C5 \leftrightarrow C4$, $C6 \leftrightarrow C5$, $C8 \leftrightarrow C7$, $C9 \leftrightarrow C8$) berechnen (Gl. (23), Tab. 4).
- Aus allen Flächendifferenzen in Tab. 3 und 4 jeweils den Mittelwert bilden (Gl. (25), (26)) und in die Tabellen eintragen.
- Das Verhältnis δ / Δ der Mittelwerte für alle eingestellten Stromstärken bzw. magnetischen Flussdichten berechnen (Tab. 5). Die entsprechenden Werte für die magnetische Flussdichte der Kalibrierkurve des Elektromagneten (Fig. 4, Tab. 1) entnehmen.
- Das Verhältnis δ / Δ in Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte B graphisch darstellen und eine Ursprungsgerade anpassen (Fig. 6).

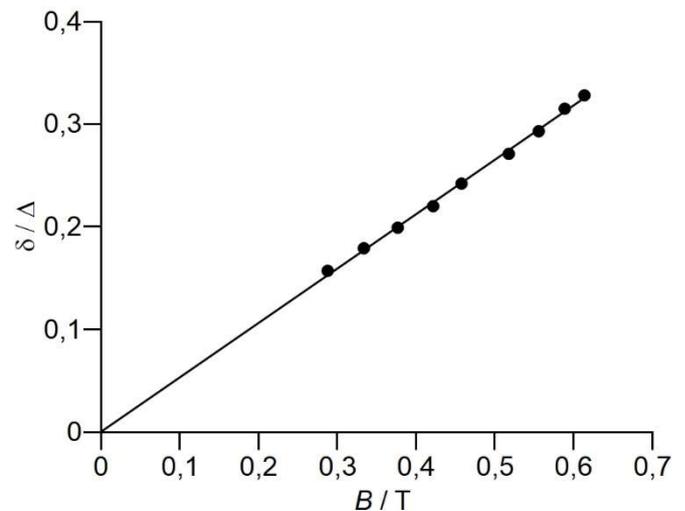


Fig. 6: Verhältnis δ / Δ der Flächendifferenzen in Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte B . Die Steigung der angepassten Ursprungsgeraden beträgt $a = 0,53 / T$.

- Das Bohrsche Magneton mit Hilfe von Gleichung (29) aus der Steigung $a = 0,53 / T$ der angepassten Geraden bestimmen: Der Wert stimmt bis auf ca. 3% mit dem Literaturwert $9,3 \cdot 10^{24} \text{ J/T}$ überein.

$$\begin{aligned}
 \mu_B &= \frac{1}{2} \cdot \frac{h \cdot c}{d \cdot n} \cdot a \\
 (30) \quad &= \frac{1}{2} \cdot \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4 \text{ mm} \cdot 1,4567} \cdot 0,53 / T \\
 &= 9,0 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}
 \end{aligned}$$

Tab. 2: Mit Hilfe der Kamera-Software bestimmte, von den Interferenzringen eingeschlossene Flächen

I / A	A / Pixel								
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
3,0	167734	200055	229205	367830	398701	430412	559306	592777	620040
3,5	161486	200196	234474	365742	400854	434853	554225	592457	622683
4,0	157753	199493	238088	358148	398737	439637	552909	592559	624921
4,5	151447	200768	241074	354744	399174	442546	548700	591057	629975
5,0	146500	201657	248223	352695	398436	448720	546544	591877	633671
6,0	140903	199539	254920	345700	400889	451353	539028	591891	637638
7,0	134134	199027	257459	340850	401293	454900	535505	591126	643582
8,0	131146	199745	261665	335577	400627	460375	532289	591173	647816
9,0	130739	200385	265108	332857	398694	463757	531064	590470	651822

Tab. 3: Flächendifferenzen Δ der sich entsprechenden Komponenten benachbarter Interferenzordnungen

I / A	Flächendifferenz Δ / Pixel						Mittelwert
	$\Delta_{C4,C1}$	$\Delta_{C5,C2}$	$\Delta_{C6,C3}$	$\Delta_{C7,C4}$	$\Delta_{C8,C5}$	$\Delta_{C9,C6}$	
3,0	200096	198646	201207	191476	194076	189628	195855
3,5	204256	200658	200379	188483	191603	187830	195535
4,0	200395	199244	201549	194761	193822	185284	195843
4,5	203297	198406	201472	193956	191883	187429	196074
5,0	206195	196779	200497	193849	193441	184951	195952
6,0	204797	201350	196433	193328	191002	186285	195533
7,0	206716	202266	197441	194655	189833	188682	196599
8,0	204431	200882	198710	196712	190546	187441	196454
9,0	202118	198309	198649	198207	191776	188065	196187

Tab. 4: Flächendifferenzen δ benachbarter Komponenten der gleichen Interferenzordnungen

I / A	Flächendifferenz δ / Pixel						Mittelwert
	$\delta_{C2,C1}$	$\delta_{C3,C2}$	$\delta_{C5,C4}$	$\delta_{C6,C5}$	$\delta_{C8,C7}$	$\delta_{C9,C8}$	
3,0	32321	29150	30871	31711	33471	27263	30798
3,5	38710	34278	35112	33999	38232	30226	35093
4,0	41740	38595	40589	40900	39650	32362	38973
4,5	49321	40306	44430	43372	42357	38918	43117
5,0	55157	46566	45741	50284	45333	41794	47479
6,0	58636	55381	55189	50464	52863	45747	53047
7,0	64893	58432	60443	53607	55621	52456	57575
8,0	68599	61920	65050	59748	58884	56643	61807
9,0	69646	64723	65837	65063	59406	61352	64338

Tab. 5: Verhältnis δ / Δ der Flächendifferenzen für verschiedene Ströme I bzw. magnetische Flussdichten B

I / A	B / T	δ / Δ
3,0	0,288	0,157
3,5	0,334	0,179
4,0	0,377	0,199
4,5	0,422	0,220
5,0	0,458	0,242
6,0	0,518	0,271
7,0	0,556	0,293
8,0	0,589	0,315
9,0	0,614	0,328