

Fabry-Pérot-Interferometer, Bestimmung des Bohrschen Magnetons

SPEKTROSKOPIE MIT EINEM FABRY-PÉROT-ETALON

- Experimentelle Einführung in das Fabry-Pérot-Interferometer am Beispiel des normalen Zeeman-Effekts
- Ausmessen der Interferenzringe des Fabry-Pérot Etalons in Abhängigkeit des äußeren Magnetfeldes
- Bestimmung des Bohrschen Magnetons

UE5020900

09/24 UD

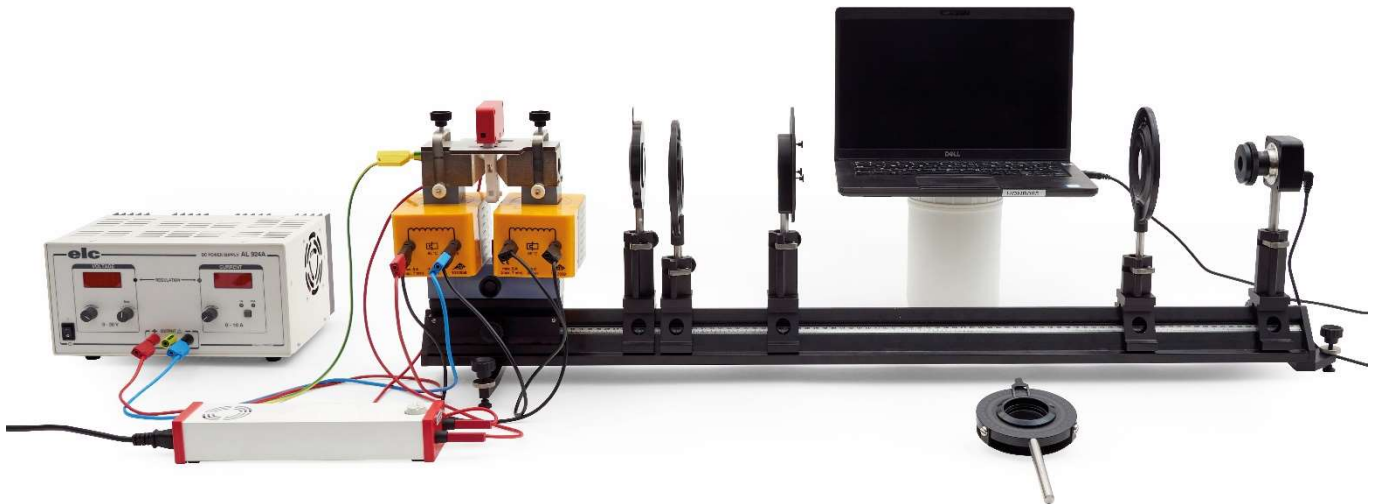


Fig. 1: Experimenteller Aufbau für den longitudinalen Zeeman-Effekt

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Das von seinen Namensgebern Charles Fabry und Alfred Pérot entwickelte Fabry-Pérot-Interferometer ist ein optischer Resonator, der aus zwei teildurchlässigen Spiegeln besteht. Ein Fabry-Pérot-Interferometer mit festem Spiegelabstand wird als Fabry-Pérot-Etalon bezeichnet. Da es so ausgelegt ist, dass es die Resonanzbedingung für eine bestimmte Wellenlänge erfüllt, wirkt das Etalon auch wie ein optischer Filter. Ein einfallender Lichtstrahl wird im Etalon mehrfach reflektiert, so dass die bei jeder Reflexion transmittierten Lichtstrahlen miteinander interferieren. Diese Vielstrahlinterferenz erzeugt in Transmission eine Intensitätsverteilung mit schmalen Maxima und breiten Minima. Zusammen mit der hohen Interferenzordnung bei entsprechend großen Resonatorabmessungen resultiert daraus eine hohe Güte und entsprechend ein hohes Auflösungsvermögen. Dadurch können kleine spektrale Aufspaltungen, wie sie beim normalen Zeeman-Effekt an der

roten Cd-Linie ($\lambda = 643,8 \text{ nm}$) vorliegen ($\Delta\lambda = 0,0068 \text{ nm}$ bei $B = 350 \text{ mT}$), noch aufgelöst werden.

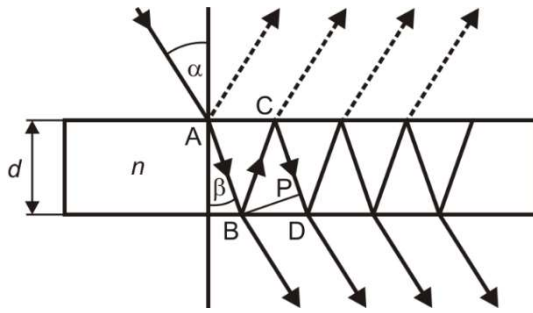


Fig. 2: Strahlengang im Fabry-Pérot Etalon

Eine theoretische Beschreibung des normalen Zeeman-Effekts findet sich in der Anleitung zum Experiment UE5020850, in dem die Dublett- und Triplet-Aufspaltung qualitativ untersucht wird.

Der Fokus dieses Experiments richtet sich auf die Spektroskopie mit einem Fabry-Pérot-Etalon. Das Fabry-Pérot-Etalon ist zusammen mit einer Abbildungsoptik der Kamera vorgeschaltet, mit der die Beobachtung der Zeeman-Aufspaltung erfolgt. Beim Durchgang des Lichts der Cadmium-Lampe durch das Fabry-Pérot-Etalon entstehen Interferenzringe, die wie die Spektrallinie in Abhängigkeit des äußeren Magnetfelds aufspalten und durch die Optik auf die Kamera abgebildet werden. Die Beobachtung parallel oder senkrecht zum äußeren Magnetfeld wird durch einen drehbar gelagerten Elektromagneten ermöglicht.

Das Fabry-Pérot Etalon besteht aus einer Quarzglasplatte mit einer beidseitigen, teilreflektierenden Verspiegelung hoher Reflektivität (Fig. 2). Im vorliegenden Fall ist das Etalon so ausgelegt, dass die Resonanzbedingung für die Wellenlänge $\lambda = 643,8 \text{ nm}$ der roten Cd-Linie erfüllt ist. In diesem Sinne wirkt das Etalon auch wie ein optischer Filter. Die Dicke d , der Brechungsindex n und der Reflexionskoeffizient R des Etalons betragen:

- $d = 4 \text{ mm}$
- (1) $n = 1,4567$
- $R = 0,85$

Ein einfallender Lichtstrahl wird im Etalon mehrfach reflektiert. Die bei jeder Reflexion transmittierten Lichtstrahlen interferieren miteinander. Der Gangunterschied Δs zwischen zwei benachbarten transmittierten Lichtstrahlen, z.B. die an den Punkten B und D austretenden Lichtstrahlen in Fig. 2, beträgt:

(2) $\Delta s = n \cdot (\overline{BC} + \overline{CP})$.

Aus

- (3) $\overline{CP} = \overline{BC} \cdot \cos(2 \cdot \beta)$,
- (4) $d = \overline{BC} \cdot \cos(\beta)$,

dem Snellius'schen Brechungsgesetz ($n_{\text{Luft}} \approx 1$)

(5) $\sin(\alpha) = n \cdot \sin(\beta)$

und den Additionstheoremen

- (6) $\cos(\beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\beta)}$
- $\cos(2 \cdot \beta) = 1 - 2 \cdot \sin^2(\beta)$

ergibt sich der Gangunterschied zu

(7) $\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\beta)$

und daraus die Bedingung für das Vorliegen von Interferenzmaxima:

(8) $k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha_k)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\beta_k)$.

- k : Ganze Zahl, Interferenzordnung
- α_k : Einfallswinkel zur k -ten Interferenzordnung
- β_k : Brechungswinkel zur k -ten Interferenzordnung

Insgesamt wird ein Interferenzmuster aus konzentrischen Ringen erzeugt. Die Brechung an den Grenzflächen der Glasplatte des Fabry-Pérot-Etalons kann vernachlässigt werden, da sie das Interferenzmuster nur parallel verschiebt. Deshalb wird der Brechungswinkel β durch den Einfallswinkel α ersetzt, und die Interferenzbedingung (8) ergibt sich zu

(9) $k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\alpha_k) \approx 2 \cdot d \cdot n \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^2}{2}\right)$,

mit der Entwicklung $\cos(x) \approx (1 - x^2 / 2)$ der Cosinusfunktion.

Das Interferenzmuster wird mit Hilfe der Sammellinse auf die Kamera abgebildet (Fig. 3). Zwischen dem Winkel α_k , unter dem der Interferenzring zur k -ten Ordnung erscheint, dem Radius r_k des Interferenzrings zur k -ten Ordnung und der Brennweite f der Linse besteht folgender Zusammenhang (Fig. 3):

(10) $r_k = f \cdot \tan(\alpha_k) \approx f \cdot \alpha_k$,

mit der Kleinwinkel-Näherung $\tan(x) \approx x$. Für die Interferenzordnung k und den Winkel α_k folgt aus Gleichung (9)

(11) $k = k_0 \cdot \cos(\alpha_k) \approx k_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^2}{2}\right)$ mit $k_0 = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda}$

und

(12) $\alpha_k = \sqrt{\frac{2 \cdot (k_0 - k)}{k_0}}$.

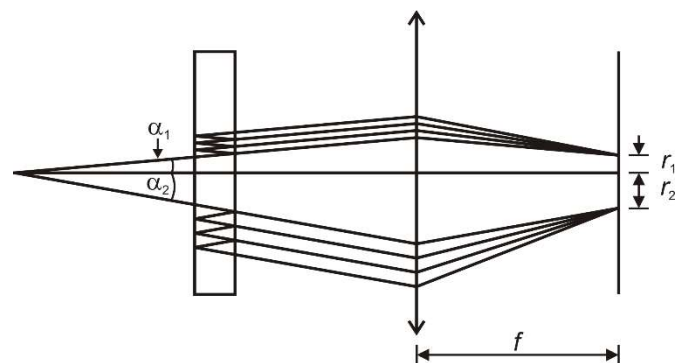


Fig. 3: Abbildung der Interferenzringe des Fabry-Pérot-Etalons auf die Digitalkamera

Nach Gleichung (11) ist wegen $|\cos(\alpha_k)| \leq 1$ die Interferenzordnung k für $\alpha_k = 0$, d.h. im Zentrum der Interferenzringe, am größten und entspricht dem Parameter k_0 , der im Allgemeinen keine ganze Zahl ist. Da die Interferenzringe im Experiment vom Zentrum aus abgezählt werden, wird die Interferenzordnung k mit einer ganzen Zahl j indiziert, die die k -te Interferenzordnung mit dem j -ten vom Zentrum aus gezählten Interferenzring identifiziert, in Verallgemeinerung des bereits eingeführten Parameters k_0 .

Der erste helle Interferenzring mit der Ordnung k_1 erscheint nach Gleichung (12) unter dem Winkel

$$(13) \alpha_{k_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot (k_0 - k_1)}{k_0}},$$

wobei k_1 die nächste ganze Zahl ist, die kleiner als k_0 ist. Da k_0 im Allgemeinen keine ganze Zahl ist, ist die Differenz $k_0 - k_1$ kleiner als 1. Deshalb wird ein Parameter ε wie folgt definiert:

$$(14) \varepsilon := k_0 - k_1 \text{ mit } 0 < \varepsilon < 1$$

Für alle Interferenzringe mit $j \geq 2$ verringert sich die Ordnungszahl k_j jeweils um 1, so dass für die Interferenzordnung des j -ten vom Zentrum aus gezählten Interferenzrings allgemein gilt:

$$(15) k_j = (k_0 - \varepsilon) - (j - 1)$$

Für $j = 1$ entspricht Gleichung (15) gerade der Definition von ε aus Gleichung (14). Einsetzen von Gleichung (12) mit $k = k_j$ und (15) in Gleichung (10) ergibt

$$(16) r_j = \sqrt{\frac{2 \cdot f^2}{k_0}} \cdot \sqrt{(j-1) + \varepsilon},$$

wobei der Einfachheit halber für die Indizierung, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, $r_{k_j} \rightarrow r_j$ gesetzt wurde. Diese Konvention wird im Folgenden beibehalten. Aus Gleichung (16) folgt, dass die Differenz der Radien-Quadrate benachbarter Interferenzringe konstant ist:

$$(17) r_{j+1}^2 - r_j^2 = \frac{2 \cdot f^2}{k_0} = \text{const.}$$

Aus Gleichung (16) und (17) folgt:

$$(18) \varepsilon = \frac{r_{j+1}^2}{r_{j+1}^2 - r_j^2} - j.$$

Spalten die Interferenzringe jeweils in zwei sehr nah beieinander liegende Komponenten a und b auf, deren Wellenlänge sich nur geringfügig voneinander unterscheidet, folgt z.B. für den ersten vom Zentrum aus gezählten Interferenzring nach Gleichung (14):

$$(19) \begin{aligned} \varepsilon_a &= k_{0,a} - k_{1,a} = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda_a} - k_{1,a} \\ \varepsilon_b &= k_{0,b} - k_{1,b} = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda_b} - k_{1,b} \end{aligned}$$

Da die beiden Komponenten zur gleichen Interferenzordnung gehören, gilt unter der Voraussetzung, dass sich die Interferenzringe nicht um mehr als eine ganze Ordnung überlappen, $k_{1,a} = k_{1,b}$ und damit:

$$(20) \varepsilon_a - \varepsilon_b = k_{0,a} - k_{0,b} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right).$$

Gleichung (20) hängt nicht explizit von der Interferenzordnung ab. Wird Gleichung (18) für beide Komponenten a und b formuliert und in Gleichung (20) eingesetzt, ergibt sich:

$$(21) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \left(\frac{r_{j+1,a}^2}{r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2} - \frac{r_{j+1,b}^2}{r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2} \right).$$

Aus Gleichung (17) folgt, dass die Differenz der Radien-Quadrate der Komponente a oder b für benachbarte Interferenzordnungen j und $j+1$ mit $j > 0$ wegen $\lambda_a \approx \lambda_b$ und damit $k_{0,a} \approx k_{0,b}$ näherungsweise gleich sind:

$$(22) \Delta_a^{j+1,j} = r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2 = r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2 = \Delta_b^{j+1,j}.$$

Entsprechend gilt für zwei Komponenten a und b der gleichen Interferenzordnung j mit $j > 0$:

$$(23) \delta_{a,b}^j = r_{j,a}^2 - r_{j,b}^2 = r_{j+1,a}^2 - r_{j+1,b}^2 = \delta_{a,b}^{j+1}.$$

Einsetzen der Gleichungen (22) und (23) in Gleichung (21) ergibt:

$$(24) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \frac{\delta_{a,b}^{j+1}}{\Delta_a^{j+1,j}} \text{ für alle } j > 0$$

Da die Gleichung (22) für beide Komponenten a und b benachbarter Interferenzringe und die Gleichung (23) für alle Interferenzringe gilt, können Mittelwerte

$$(25) \delta = \overline{\delta_{a,b}^j}$$

und

$$(26) \Delta = \overline{\Delta_a^{j+1,j}}$$

gebildet und in die Gleichung (24) eingesetzt werden:

$$(27) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \frac{\delta}{\Delta}.$$

Mit

$$(28) \Delta E_{a,b} = h \cdot c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \mu_B \cdot B$$

folgt aus Gleichung (27):

$$(29) \frac{\delta}{\Delta} = 2 \cdot \frac{d \cdot n}{h \cdot c} \cdot \mu_B \cdot B = a \cdot B \text{ mit } a = 2 \cdot \frac{d \cdot n}{h \cdot c} \cdot \mu_B.$$

Der Quotient δ / Δ kann in Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte B gemessen, graphisch aufgetragen und das Bohrsche Magneton μ_B aus der Steigung a einer Geradenanpassung bestimmt werden.

GERÄTELISTE

| | |
|---|---------|
| 1 Cd-Lampe mit Zubehör @230 V oder | 1021366 |
| 1 Cd-Lampe mit Zubehör @115 V | 1021747 |
| 1 Fabry-Pérot-Etalon 644 nm | 1020903 |
| 1 DC-Netzgerät, längsgeregelt, 1 – 30V, 0 – 10A @230V | 1025380 |
| oder | |
| 1 DC-Netzgerät 20 V, 5 A @115 V | 1003311 |
| 1 U-Kern D | 1022663 |
| 2 Spulen D 900 Windungen | 1012859 |
| 1 Elektromagnet-Zubehör für Zeeman-Effekt | 1021365 |
| 1 Mikroskopkamera Bresser MikroCam SP 3.1 | 1024060 |
| 1 Linse 12 mm für die Bresser Mikroskopiekamera | 1024059 |
| 1 Stativstange mit ¼ Zoll Gewinde, 100 mm | 1025431 |
| 1 Roter Farbfilter in Fassung | 1025376 |
| 2 Sammellinsen auf Stiel, f = 100 mm | 1003023 |
| 1 Viertelwellenlängenfilter auf Stiel | 1021353 |
| 1 Polarisationsaufsatz | 1021364 |
| 1 Polarisationsfilter auf Stiel | 1008668 |
| 1 Optische Bank D, 100 cm | 1002628 |
| 1 Satz Füße für Optische Bank D | 1012399 |
| 1 Optikfuß D | 1009733 |
| 3 Optikreiter D 90/36 | 1012401 |
| 2 Optikreiter D 60/36 | 1002639 |
| 1 Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, rot, blau | 1017718 |
| 1 Paar Sicherheitsexperimentierkabel, 75 cm, schwarz | 1002849 |

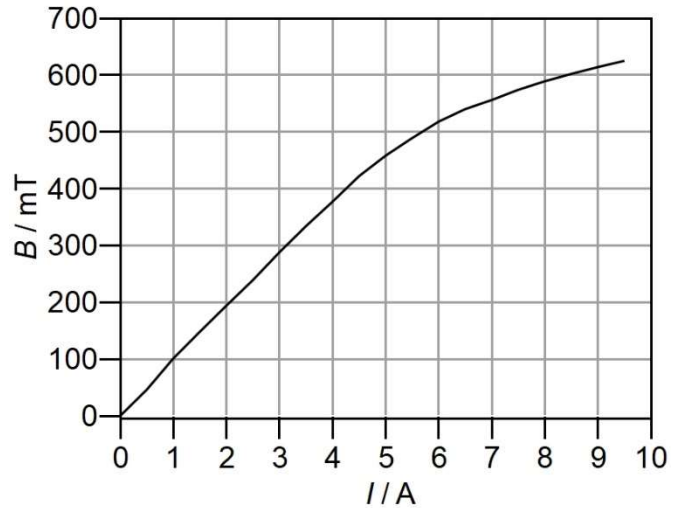


Fig. 4: Kalibrierkurve des Elektromagneten

- Die 12-mm-Linse so fokussieren, dass die Interferenzringe der innersten Ordnung scharf gestellt sind. Die Sammellinsen (Abbildungs- und Kondensorlinse) nicht mehr verschieben und die 12-mm-Linse nicht mehr nachfokussieren, da sonst die Auswertung falsche Ergebnisse liefert.
- Das DC-Netzgerät einschalten, den Strom durch die Spulen zuerst auf 3 A, dann in 0,5-A-Schritten auf 5 A und in 1-A-Schritten weiter auf 9 A hochregeln. Bei jedem Schritt ein Einzelbild („Schnappschuss“) mit der Kamera-Software aufnehmen und als „JPEG“ speichern.

Hinweis:

Beim Hochregeln des Stroms ist darauf zu achten, dass sich die Interferenzringe nicht um mehr als eine ganze Ordnung überlappen.

AUFBAU UND SICHERHEITSHINWEISE

Die Durchführung dieses Experiments setzt voraus, dass die Montage der Komponenten sowie der experimentelle Aufbau und die Justage gemäß der Anleitung des Experiments UE5020850 erfolgt ist, unter Beachtung aller darin formulierten Sicherheitshinweise.

Die maximale Stromstärke durch die Spulen D mit 900 Windungen beträgt 5 A (7 Minuten). Sie kann kurzfristig (30 Sekunden) auf das Doppelte angehoben werden. Die Spulen verfügen über eine interne reversible Temperatursicherung, die bei einer Wicklungstemperatur von 85 °C auslöst. Die Rückstellzeit beträgt 10-20 Minuten, je nach Umgebungstemperatur.

- Die Messung zügig durchführen, so dass ein Auslösen der Temperatursicherung durch zu langes Fließen hoher Ströme vermieden wird.
- Die Spulen nicht ohne Trafokern betreiben.

DURCHFÜHRUNG

Messung

- Die transversale Konfiguration durch Drehen des Elektromagneten herstellen wie in der Anleitung des Experiments UE5020850 beschrieben.

Kalibrierung des Elektromagneten

Die Werte für die magnetischen Flussdichten B , die den eingestellten Stromstärken I entsprechen, sind der Kalibrierkurve in Fig. 4 bzw. Tab. 1 zu entnehmen. Alternativ kann die Kalibrierkurve wie folgt aufgenommen werden:

- Die Cd-Lampe am Gehäuse aus der Montageplatte herausnehmen.
- Ein Teslameter im Luftspalt zwischen den beiden Polschuhen (ca. 10 mm) so platzieren, dass der Magnetfeldsensor zentriert positioniert ist.
- Das DC-Netzgerät einschalten, und den Strom I durch die Spulen in 0,5-A-Schritten hochregeln. Bei jedem Schritt die Werte für die magnetische Flussdichte B messen, notieren und gegen die eingestellten Stromstärken graphisch auftragen.
- Strom herunterregeln und DC-Netzgerät ausschalten.
- Die Cd-Lampe wieder in die Montageplatte einführen.

Tab 1: Kalibrierung des Elektromagneten. Eingestellte Stromstärken I und gemessene magnetische Flussdichten B

| I / A | B / mT | I / A | B / mT |
|---------|----------|---------|----------|
| 0,0 | 0 | 5,0 | 458 |
| 0,5 | 46 | 5,5 | 489 |
| 1,0 | 101 | 6,0 | 518 |
| 1,5 | 148 | 6,5 | 540 |
| 2,0 | 194 | 7,0 | 556 |
| 2,5 | 239 | 7,5 | 574 |
| 3,0 | 288 | 8,0 | 589 |
| 3,5 | 334 | 8,5 | 602 |
| 4,0 | 377 | 9,0 | 614 |
| 4,5 | 422 | 9,5 | 625 |

MESSBEISPIEL UND AUSWERTUNG

Die folgenden Arbeitsschritte sind für jedes gespeicherte Einzelbild durchzuführen:

- Ein Einzelbild in der Kamera-Software öffnen (in der Menüleiste „Datei“ anklicken und „Bild öffnen“ auswählen).
- In der Menüleiste „Optionen“ anklicken, in dem sich öffnenden Fenster „Längeneinheit“ auswählen, unter „Aktuell“ einen Haken bei „Pixel“ setzen und die Einstellung durch Anklicken von „OK“ bestätigen.
- In der Symbolleiste die Schaltfläche „Kreis“ anklicken und „3 Punkte“ auswählen. Einen Kreis auf den innersten Interferenzring legen. Dieser wird im Folgenden mit „C1“ bezeichnet.

Das Fenster „Messung“ öffnet sich automatisch.



Fig. 5: Triplet-Aufspaltung der roten Cadmium-Linie ($I = 5,0 A \hat{=} B = 458 mT$). Mit Kreisen markierte Interferenzringe zur Bestimmung der eingeschlossenen Flächen

- Unter „Aussehen“ ggf. das Erscheinungsbild anpassen (z.B. Linienbreite/-farbe, Label ein-/ausblenden).
- Unter „Geometrie“ den Zahlenwert für die Fläche in Pixel notieren (Tab. 2). In derselben Weise weitere Interferenzringe markieren (C2–C9, Fig. 5) und die Flächen notieren (Tab. 2). Die Schaltfläche „Verfolgung“ (Hand-Symbol) anklicken, um den Vorgang abzuschließen.
- In der Menüleiste „Ebene“ anklicken, „Zusammenführen mit Bild“ auswählen und „OK“ anklicken.
- In der Menüleiste „Datei“ anklicken, „Speichern unter“ auswählen und das Einzelbild als JPEG unter einem aussagekräftigen Namen speichern.

Hinweis:

Die Einheit der Fläche ist für die weitere Auswertung irrelevant, da keine absoluten, sondern nur relative Werte und Verhältnisse berechnet werden. Die absoluten Werte der Flächen (Tab. 2) können je nach Position der Optiken deutlich abweichen.

- Die Flächendifferenzen Δ der sich entsprechenden Komponenten benachbarter Interferenzordnungen (Kreise $C4 \leftrightarrow C1$, $C5 \leftrightarrow C2$, $C6 \leftrightarrow C3$, $C7 \leftrightarrow C4$, $C8 \leftrightarrow C5$, $C9 \leftrightarrow C6$) berechnen (Gl. (22), Tab. 3).
- Die Flächendifferenzen δ benachbarter Komponenten der gleichen Interferenzordnungen (Kreise $C2 \leftrightarrow C1$, $C3 \leftrightarrow C2$, $C5 \leftrightarrow C4$, $C6 \leftrightarrow C5$, $C8 \leftrightarrow C7$, $C9 \leftrightarrow C8$) berechnen (Gl. (23), Tab. 4).
- Aus allen Flächendifferenzen in Tab. 3 und 4 jeweils den Mittelwert bilden (Gl. (25), (26)) und in die Tabellen eintragen.
- Das Verhältnis δ / Δ der Mittelwerte für alle eingestellten Stromstärken bzw. magnetischen Flussdichten berechnen (Tab. 5). Die entsprechenden Werte für die magnetische Flussdichte der Kalibrierkurve des Elektromagneten (Fig. 4, Tab. 1) entnehmen.
- Das Verhältnis δ / Δ in Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte B graphisch darstellen und eine Ursprungsgerade anpassen (Fig. 6).

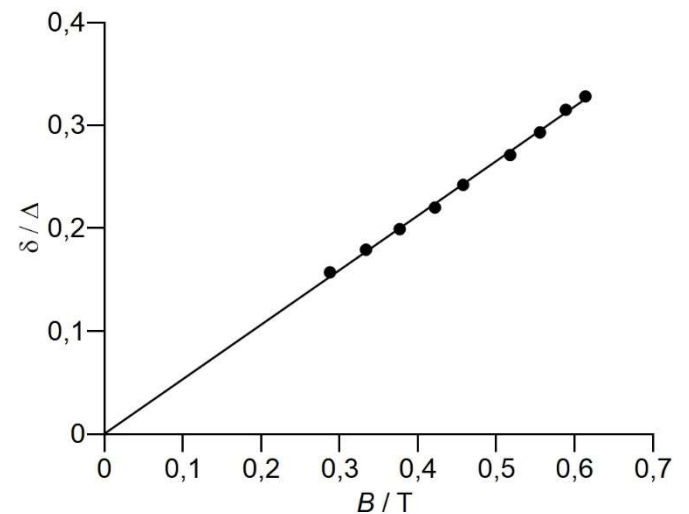


Fig. 6: Verhältnis δ / Δ der Flächendifferenzen in Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte B . Die Steigung der angepassten Ursprungsgeraden beträgt $a = 0,53 / T$.

- Das Bohrsche Magneton mit Hilfe von Gleichung (29) aus der Steigung $a = 0,53 / T$ der angepassten Geraden bestimmen: Der Wert stimmt bis auf ca. 3% mit dem Literaturwert $9,3 \cdot 10^{24} \text{ J/T}$ überein.

$$\begin{aligned}
 \mu_B &= \frac{1}{2} \cdot \frac{h \cdot c}{d \cdot n} \cdot a \\
 (30) \quad &= \frac{1}{2} \cdot \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4 \text{ mm} \cdot 1,4567} \cdot 0,53 / T \\
 &= 9,0 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}
 \end{aligned}$$

Tab. 2: Mit Hilfe der Kamera-Software bestimmte, von den Interferenzringen eingeschlossene Flächen

| I / A | A / Pixel | | | | | | | | |
|-------|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 | C8 | C9 |
| 3,0 | 167734 | 200055 | 229205 | 367830 | 398701 | 430412 | 559306 | 592777 | 620040 |
| 3,5 | 161486 | 200196 | 234474 | 365742 | 400854 | 434853 | 554225 | 592457 | 622683 |
| 4,0 | 157753 | 199493 | 238088 | 358148 | 398737 | 439637 | 552909 | 592559 | 624921 |
| 4,5 | 151447 | 200768 | 241074 | 354744 | 399174 | 442546 | 548700 | 591057 | 629975 |
| 5,0 | 146500 | 201657 | 248223 | 352695 | 398436 | 448720 | 546544 | 591877 | 633671 |
| 6,0 | 140903 | 199539 | 254920 | 345700 | 400889 | 451353 | 539028 | 591891 | 637638 |
| 7,0 | 134134 | 199027 | 257459 | 340850 | 401293 | 454900 | 535505 | 591126 | 643582 |
| 8,0 | 131146 | 199745 | 261665 | 335577 | 400627 | 460375 | 532289 | 591173 | 647816 |
| 9,0 | 130739 | 200385 | 265108 | 332857 | 398694 | 463757 | 531064 | 590470 | 651822 |

Tab. 3: Flächendifferenzen Δ der sich entsprechenden Komponenten benachbarter Interferenzordnungen

| I / A | Flächendifferenz Δ / Pixel | | | | | | Mittelwert |
|-------|-----------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------|
| | $\Delta_{C4,C1}$ | $\Delta_{C5,C2}$ | $\Delta_{C6,C3}$ | $\Delta_{C7,C4}$ | $\Delta_{C8,C5}$ | $\Delta_{C9,C6}$ | |
| 3,0 | 200096 | 198646 | 201207 | 191476 | 194076 | 189628 | 195855 |
| 3,5 | 204256 | 200658 | 200379 | 188483 | 191603 | 187830 | 195535 |
| 4,0 | 200395 | 199244 | 201549 | 194761 | 193822 | 185284 | 195843 |
| 4,5 | 203297 | 198406 | 201472 | 193956 | 191883 | 187429 | 196074 |
| 5,0 | 206195 | 196779 | 200497 | 193849 | 193441 | 184951 | 195952 |
| 6,0 | 204797 | 201350 | 196433 | 193328 | 191002 | 186285 | 195533 |
| 7,0 | 206716 | 202266 | 197441 | 194655 | 189833 | 188682 | 196599 |
| 8,0 | 204431 | 200882 | 198710 | 196712 | 190546 | 187441 | 196454 |
| 9,0 | 202118 | 198309 | 198649 | 198207 | 191776 | 188065 | 196187 |

Tab. 4: Flächendifferenzen δ benachbarter Komponenten der gleichen Interferenzordnungen

| I / A | Flächendifferenz δ / Pixel | | | | | | Mittelwert |
|---------|--|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------|
| | $\delta_{C2,C1}$ | $\delta_{C3,C2}$ | $\delta_{C5,C4}$ | $\delta_{C6,C5}$ | $\delta_{C8,C7}$ | $\delta_{C9,C8}$ | |
| 3,0 | 32321 | 29150 | 30871 | 31711 | 33471 | 27263 | 30798 |
| 3,5 | 38710 | 34278 | 35112 | 33999 | 38232 | 30226 | 35093 |
| 4,0 | 41740 | 38595 | 40589 | 40900 | 39650 | 32362 | 38973 |
| 4,5 | 49321 | 40306 | 44430 | 43372 | 42357 | 38918 | 43117 |
| 5,0 | 55157 | 46566 | 45741 | 50284 | 45333 | 41794 | 47479 |
| 6,0 | 58636 | 55381 | 55189 | 50464 | 52863 | 45747 | 53047 |
| 7,0 | 64893 | 58432 | 60443 | 53607 | 55621 | 52456 | 57575 |
| 8,0 | 68599 | 61920 | 65050 | 59748 | 58884 | 56643 | 61807 |
| 9,0 | 69646 | 64723 | 65837 | 65063 | 59406 | 61352 | 64338 |

Tab. 5: Verhältnis δ / Δ der Flächendifferenzen für verschiedene Ströme I bzw. magnetische Flussdichten B

| I / A | B / T | δ / Δ |
|---------|---------|-------------------|
| 3,0 | 0,288 | 0,157 |
| 3,5 | 0,334 | 0,179 |
| 4,0 | 0,377 | 0,199 |
| 4,5 | 0,422 | 0,220 |
| 5,0 | 0,458 | 0,242 |
| 6,0 | 0,518 | 0,271 |
| 7,0 | 0,556 | 0,293 |
| 8,0 | 0,589 | 0,315 |
| 9,0 | 0,614 | 0,328 |

Fabry-Pérot Interferometer, Determination of the Bohr Magneton

SPECTROSCOPY WITH A FABRY-PÉROT ETALON

- Experimental introduction to the Fabry-Pérot interferometer using the example of the normal Zeeman effect
- Measuring the interference rings of the Fabry-Pérot etalon as a function of the external magnetic field
- Determination of the Bohr Magneton

UE5020900

09/24 UD

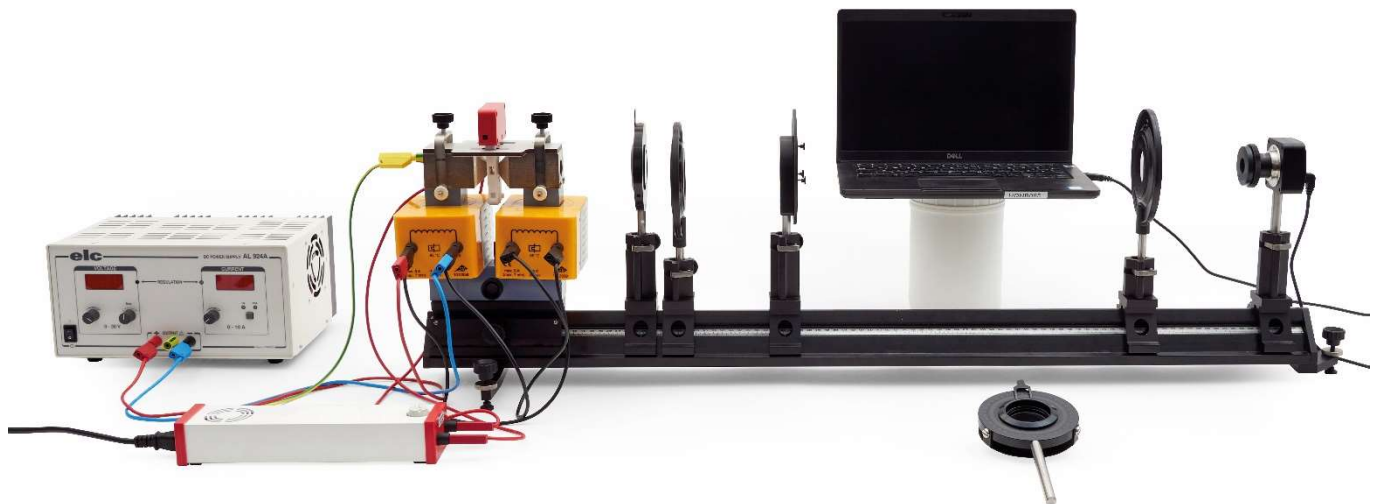


Fig. 1: Experimental setup for the normal Zeeman effect in longitudinal configuration

GENERAL PRINCIPLES

The Fabry-Pérot interferometer, developed by its namesakes Charles Fabry and Alfred Pérot, is an optical resonator consisting of two semi-transparent mirrors. A Fabry-Pérot interferometer with a fixed distance between the mirrors is known as a Fabry-Pérot etalon. As it is designed to fulfill the resonance condition for a specific wavelength, the etalon also acts as an optical filter. An incident light beam is reflected several times in the etalon so that the light beams transmitted with each reflection interfere with each other. This multi-beam interference produces an intensity distribution in transmission with narrow maxima and broad minima. Together with the high interference order at correspondingly large resonator dimensions, this results in a high optical quality and correspondingly high resolution. This means that small spectral splittings, such as those present in the normal Zeeman effect at the red Cd line ($\lambda = 643.8 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 0.0068 \text{ nm}$ at $B = 350 \text{ mT}$), can be resolved.

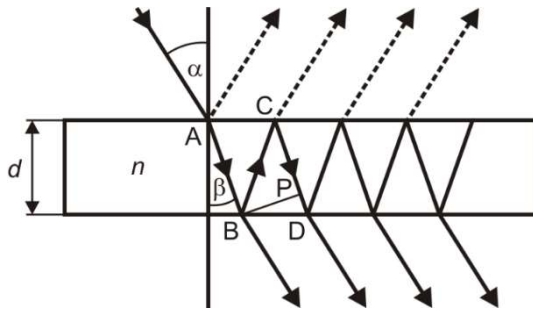


Fig. 2: Beam path in the Fabry-Pérot etalon

A theoretical description of the normal Zeeman effect can be found in the instructions for experiment UE5020850, in which the doublet and triplet splitting is investigated qualitatively.

The focus of this experiment is on spectroscopy with a Fabry-Pérot etalon. The Fabry-Pérot etalon is positioned in front of the camera together with imaging optics, which is used to observe Zeeman splitting. When the light from the cadmium lamp passes through the Fabry-Pérot etalon, interference rings are created which, like the spectral line, split depending on the external magnetic field and are imaged onto the camera by the optics. Observation parallel or perpendicular to the external magnetic field is made possible by a rotating electromagnet.

The Fabry-Pérot etalon consists of a quartz glass plate with a semi-reflective mirror coating of high reflectivity on both sides (Fig. 2). In this case, the etalon is designed in such a way that the resonance condition for the wavelength $\lambda = 643,8 \text{ nm}$ of the red Cd line is fulfilled. In this sense, the etalon also acts as an optical filter. The thickness d , the refractive index n and the reflection coefficient R of the etalon are as follows:

- $d = 4 \text{ mm}$
- (1) $n = 1.4567$
- $R = 0.85$

An incident light beam is reflected several times in the etalon. The light beams transmitted during each reflection interfere with each other. The path difference Δs between two neighboring transmitted light beams, e.g. the light beams emerging at points B and D in Fig. 2, is:

$$(2) \Delta s = n \cdot (\overline{BC} + \overline{CP}).$$

From

$$(3) \overline{CP} = \overline{BC} \cdot \cos(2 \cdot \beta),$$

$$(4) d = \overline{BC} \cdot \cos(\beta),$$

Snellius' law of refraction ($n_{\text{air}} \approx 1$)

$$(5) \sin(\alpha) = n \cdot \sin(\beta)$$

and the addition theorems

$$(6) \begin{aligned} \cos(\beta) &= \sqrt{1 - \sin^2(\beta)} \\ \cos(2 \cdot \beta) &= 1 - 2 \cdot \sin^2(\beta) \end{aligned}$$

the path difference results in

$$(7) \Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\beta)$$

and from this, the condition for the existence of interference maxima:

$$(8) k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha_k)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\beta_k).$$

k : Whole number, interference order

α_k : Incidence angle of the k th interference order

β_k : Refraction angle of the k th interference order

Overall, an interference pattern of concentric rings is generated. The refraction at the boundary surfaces of the glass plate of the Fabry-Pérot etalon can be neglected as it only shifts the interference pattern in parallel. Therefore, the refraction angle β is replaced by the incidence angle α , and the interference condition (8) results in

$$(9) k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\alpha_k) \approx 2 \cdot d \cdot n \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^2}{2}\right),$$

with the expansion $\cos(x) \approx (1 - x^2 / 2)$ of the cosine function.

The interference pattern is imaged onto the camera using the convex lens (Fig. 3). The following relationship exists between the angle α_k at which the k th order interference ring appears, the radius r_k of the k th order interference ring and the focal length f of the lens (Fig. 3):

$$(10) r_k = f \cdot \tan(\alpha_k) \approx f \cdot \alpha_k,$$

with the small angle approximation $\tan(x) \approx x$. From equation (9) follows for the interference order k and the angle α_k

$$(11) k = k_0 \cdot \cos(\alpha_k) \approx k_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^2}{2}\right) \text{ with } k_0 = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda}$$

and

$$(12) \alpha_k = \sqrt{\frac{2 \cdot (k_0 - k)}{k_0}}.$$

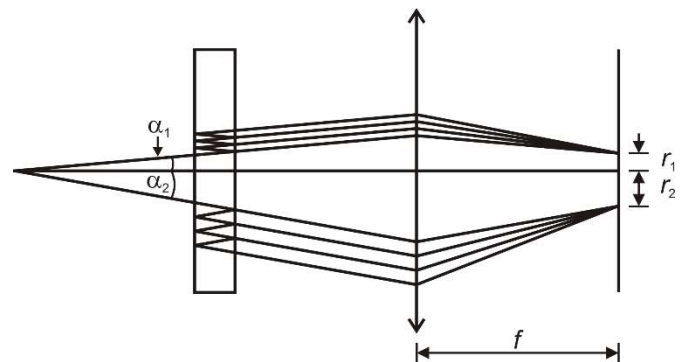


Fig. 3: Imaging the interference rings of the Fabry-Pérot etalon onto the digital camera

According to equation (11), because of $|\cos(\alpha_k)| \leq 1$, the interference order k is maximum for $\alpha_k = 0$, i.e. in the center of the interference rings, and corresponds to the parameter k_0 , which is generally not a whole number. Since the interference rings are counted from the center in the experiment, the interference order k is indexed with a whole number j , which identifies the k th interference order with the j th interference ring counted from the center, in generalization of the parameter k_0 already introduced.

The first bright interference ring with order k_1 appears according to equation (12) at the angle

$$(13) \alpha_{k_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot (k_0 - k_1)}{k_0}},$$

where k_1 is the next whole number that is smaller than k_0 . As k_0 is generally not a whole number, the difference $k_0 - k_1$ is less than 1. Therefore, a parameter ε is defined as follows:

$$(14) \varepsilon := k_0 - k_1 \text{ mit } 0 < \varepsilon < 1$$

For all interference rings with $j \geq 2$, the order number k_j is decreased by 1 in each case, so that for the interference order of the j th interference ring counted from the center the following is generally true:

$$(15) k_j = (k_0 - \varepsilon) - (j - 1)$$

For $j = 1$, equation (15) just corresponds to the definition of ε from equation (14). Substituting equations (12) (with $k = k_j$) and (15) into equation (10) results in

$$(16) r_j = \sqrt{\frac{2 \cdot f^2}{k_0} \cdot \sqrt{(j-1) + \varepsilon}},$$

where, for the sake of simplicity, $r_{k_j} \rightarrow r_j$ was set for indexing without restriction of generality. This convention is retained in the following. It follows from equation (16) that the difference between the radius squares of neighboring interference rings is constant:

$$(17) r_{j+1}^2 - r_j^2 = \frac{2 \cdot f^2}{k_0} = \text{const.}$$

From equations (16) and (17) follows:

$$(18) \varepsilon = \frac{r_{j+1}^2}{r_{j+1}^2 - r_j^2} - j.$$

If the interference rings are split into two very closely spaced components a and b , whose wavelengths differ only slightly from each other, for the first interference ring counted from the center, for example, follows from equation (14):

$$(19) \begin{aligned} \varepsilon_a &= k_{0,a} - k_{1,a} = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda_a} - k_{1,a} \\ \varepsilon_b &= k_{0,b} - k_{1,b} = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda_b} - k_{1,b} \end{aligned}$$

Since the two components belong to the same interference order, and provided that the interference rings do not overlap by more than one whole order, $k_{1,a} = k_{1,b}$ and thus:

$$(20) \varepsilon_a - \varepsilon_b = k_{0,a} - k_{0,b} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right).$$

Equation (20) does not explicitly depend on the interference order. If equation (18) is formulated for both components a and b and inserted into equation (20), the following results:

$$(21) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \left(\frac{r_{j+1,a}^2}{r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2} - \frac{r_{j+1,b}^2}{r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2} \right).$$

From equation (17) it follows that the difference of the radius squares of the component a or b for neighboring interference orders j and $j+1$ with $j > 0$ due to $\lambda_a \approx \lambda_b$ and thus $k_{0,a} \approx k_{0,b}$ are approximately equal:

$$(22) \Delta_a^{j+1,j} = r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2 = r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2 = \Delta_b^{j+1,j}.$$

Accordingly, the following applies for two components a and b of the same interference order j with $j > 0$:

$$(23) \delta_{a,b}^j = r_{j,a}^2 - r_{j,b}^2 = r_{j+1,a}^2 - r_{j+1,b}^2 = \delta_{a,b}^{j+1}.$$

Substituting equations (22) and (23) into equation (21) results in:

$$(24) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \frac{\delta_{a,b}^{j+1}}{\Delta_a^{j+1,j}} \text{ for all } j > 0$$

Since equation (22) applies to both components a and b of neighboring interference rings and equation (23) applies to all interference rings, mean values

$$(25) \delta = \overline{\delta_{a,b}^j}$$

and

$$(26) \Delta = \overline{\Delta_a^{j+1,j}}$$

can be calculated and inserted into equation (24):

$$(27) \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \frac{1}{2 \cdot d \cdot n} \cdot \frac{\delta}{\Delta}.$$

With

$$(28) \Delta E_{a,b} = h \cdot c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b} \right) = \mu_B \cdot B$$

follows from equation (27):

$$(29) \frac{\delta}{\Delta} = 2 \cdot \frac{d \cdot n}{h \cdot c} \cdot \mu_B \cdot B = a \cdot B \text{ with } a = 2 \cdot \frac{d \cdot n}{h \cdot c} \cdot \mu_B.$$

The ratio δ / Δ can be measured as a function of the magnetic flux density B , plotted graphically, and the Bohr magneton μ_B can be determined from the slope a of a linear fit.

EQUIPMENT LIST

| | |
|---|---------|
| 1 Cadmium Lamp with Accessories @230 V or | 1021366 |
| 1 Cadmium Lamp with Accessories @115 V | 1021747 |
| 1 Fabry-Pérot-Etalon 644 nm | 1020903 |
| 1 DC Power Supply, linear regulated, 1 – 30V, 0 – 10A @230V | 1025380 |
| oder | |
| 1 DC Power Supply 20 V, 5 A @115 V | 1003311 |
| 1 U Core D | 1022663 |
| 2 Coils D, 900 Turns | 1012859 |
| 1 Electromagnet Accessory for Zeeman Effect | 1021365 |
| 1 Microscope Camera Bresser MikroCam SP 3.1 | 1024060 |
| 1 Lens 12 mm for Bresser Microscope Camera | 1024059 |
| 1 Stainless Steel Rod with ¼ inch Thread, 100 mm | 1025431 |
| 1 Red Filter mounted on holder | 1025376 |
| 2 Convex Lenses on Stem, $f = 100$ mm | 1003023 |
| 1 Quarter-Wavelength Filter on Stem | 1021353 |
| 1 Polarising Attachment | 1021364 |
| 1 Polarisation Filter on Stem | 1008668 |
| 1 Optical Precision Bench D, 1000 mm | 1002628 |
| 1 Support for Optical Bench D | 1012399 |
| 1 Optical Base D | 1009733 |
| 3 Optical Riders D 90/36 | 1012401 |
| 2 Optical Riders D 60/36 | 1002639 |
| 1 Pair of Safety Experimentz Leads, 75 cm, blue, red | 1017718 |
| 1 Pair of Safety Experimentz Leads, 75 cm, black | 1002849 |

SETUP AND SAFETY INSTRUCTIONS

The performance of this experiment assumes that the assembly of the components as well as the experimental setup and adjustment have been carried out according to the instructions for the experiment UE5020850, considering all the safety instructions formulated therein.

The maximum current through the coils D with 900 turns is 5 A (7 minutes). It can be doubled for short periods (30 seconds). The coils have an internal reversible thermal fuse which trips at a winding temperature of 85°C. The reset time is 10-20 minutes, depending on the ambient temperature.

- Carry out the measurement quickly enough to prevent the thermal fuse from tripping due to high currents flowing for too long.
- Do not operate the coils without a transformer core.

EXPERIMENT PROCEDURE

Measurement

- Establish the transversal configuration by rotating the electromagnet as described in the instruction manual for the experiment UE5020850.

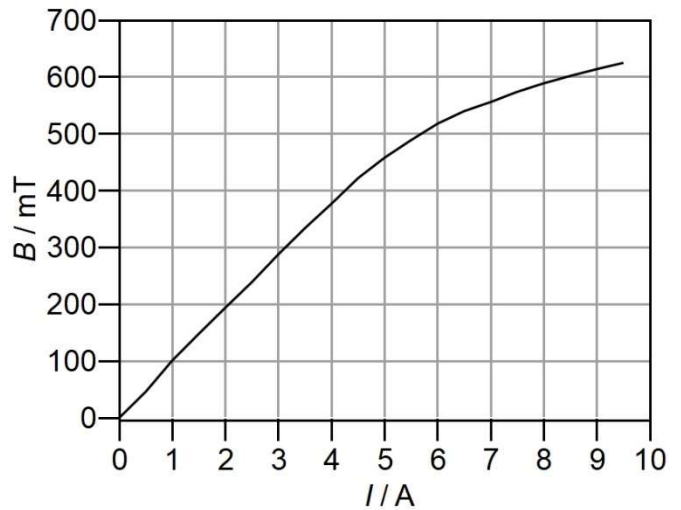


Fig. 4: Calibration curve of the electromagnet

- Focus the 12 mm lens so that the interference rings of the innermost order are in focus. Do not move the convex lenses (imaging and condenser lens) and do not refocus the 12 mm lens, otherwise the evaluation will give incorrect results.
- Switch on the DC power supply unit, increase the current through the coils first to 3 A, then in 0.5 A steps to 5 A and in 1 A steps to 9 A. At each step, take a screenshot (“snapshot”) with the camera software and save it as a “JPEG”.

Note:

When increasing the current, make sure that the interference rings do not overlap by more than one whole order.

Calibration of the electromagnet

The values for the magnetic flux densities B , which correspond to the set currents I , can be taken from the calibration curve in Fig. 4 or Tab. 1. Alternatively, the calibration curve can be measured as follows:

- Remove the Cd lamp on the housing from the base plate.
- Place a teslameter in the air gap between the two pole pieces (approx. 10 mm) so that the magnetic field sensor is centered.
- Switch on the DC power supply unit and increase the current I through the coils in 0.5 A steps. At each step, measure the values for the magnetic flux density B , note them and plot them against the set currents.
- Reduce the current to zero and switch off the DC power supply unit.
- Insert the Cd lamp back into the base plate.

Tab 1: Calibration of the electromagnet. Set currents I and measured magnetic flux densities B

| I / A | B / mT | I / A | B / mT |
|---------|----------|---------|----------|
| 0.0 | 0 | 5.0 | 458 |
| 0.5 | 46 | 5.5 | 489 |
| 1.0 | 101 | 6.0 | 518 |
| 1.5 | 148 | 6.5 | 540 |
| 2.0 | 194 | 7.0 | 556 |
| 2.5 | 239 | 7.5 | 574 |
| 3.0 | 288 | 8.0 | 589 |
| 3.5 | 334 | 8.5 | 602 |
| 4.0 | 377 | 9.0 | 614 |
| 4.5 | 422 | 9.5 | 625 |

MEASUREMENT EXAMPLE AND EVALUATION

The following steps are to be carried out for each saved screenshot:

- Open a screenshot in the camera software (click on “File” in the menu bar and select “Open image”).
- Click on “Options” in the menu bar, then on “Measurement”, select “Length Unit” in the window that opens, tick “Pixel” under “Current” and confirm the setting by clicking on “OK”.
- Click on the “Circle” button in the tool bar and select “3 Points”. Place a circle on the innermost interference ring. This is referred to as “C1” in the following.

The “Measurement” window opens automatically.



Fig. 5: Triplet splitting of the red cadmium line ($I = 5.0 A \triangleq B = 458 mT$). Interference rings marked with circles to determine the enclosed areas

- If necessary, adjust the appearance under “Appearance” (e.g. line width/color, show/hide label type).
- Under “Geometry”, note the numerical value for the area in pixels (Tab. 2). Mark further interference rings in the same way (C2-C9, Fig. 5) and note the areas (Tab. 2). Click on the “Track” button (hand symbol) to complete the process.
- Click on “Layer” in the menu bar, select “Merge to image” and click on “OK”.
- Click on “File” in the menu bar, select “Save as” and save the image as a JPEG with a meaningful name.

Note:

The unit of the area is irrelevant for further evaluation, as only relative values and ratios are calculated, not absolute values. The absolute values of the areas (Tab. 2) can deviate significantly depending on the position of the optics.

- Calculate the area differences Δ of the corresponding components of neighboring interference orders (Eq. (22), Tab. 3; circles C4↔C1, C5↔C2, C6↔C3, C7↔C4, C8↔C5, C9↔C6).
- Calculate the area differences δ of neighboring components of the same interference orders (Eq. (23), Tab. 4; circles C2↔C1, C3↔C2, C5↔C4, C6↔C5, C8↔C7, C9↔C8).
- Calculate the mean values from all area differences in Tab. 3 and 4 (Eq. (25), (26)) and enter it in the tables.
- Calculate the ratio δ / Δ of the mean values for all set currents or magnetic flux densities, respectively (Tab. 5). Take the corresponding values for the magnetic flux density from the calibration curve of the electromagnet (Fig. 4, Tab. 1).
- Plot the ratio δ / Δ as a function of the magnetic flux density B and fit a straight line through the origin (Fig. 6).

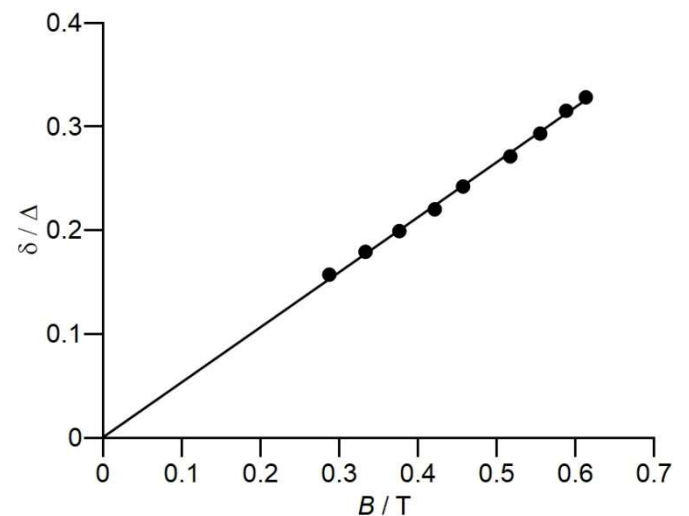


Fig. 6: Ratio δ / Δ of the area differences as a function of the magnetic flux density B . The slope of the fitted straight line through the origin is $a = 0.53 / T$

- Determine the Bohr magneton from the slope $a = 0.53 / \text{T}$ of the fitted straight line using equation (29): The value corresponds to the literature value $9.3 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$ except for approx. 3%.

$$\begin{aligned}
 \mu_B &= \frac{1}{2} \cdot \frac{h \cdot c}{d \cdot n} \cdot a \\
 (30) \quad &= \frac{1}{2} \cdot \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3.0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4 \text{ mm} \cdot 1.4567} \cdot 0.53 / \text{T} \\
 &= 9.0 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}
 \end{aligned}$$

Tab. 2: Areas A enclosed by the interference rings determined with the help of the camera software

| I / A | Area A / Pixel | | | | | | | | |
|-------|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 | C8 | C9 |
| 3.0 | 167734 | 200055 | 229205 | 367830 | 398701 | 430412 | 559306 | 592777 | 620040 |
| 3.5 | 161486 | 200196 | 234474 | 365742 | 400854 | 434853 | 554225 | 592457 | 622683 |
| 4.0 | 157753 | 199493 | 238088 | 358148 | 398737 | 439637 | 552909 | 592559 | 624921 |
| 4.5 | 151447 | 200768 | 241074 | 354744 | 399174 | 442546 | 548700 | 591057 | 629975 |
| 5.0 | 146500 | 201657 | 248223 | 352695 | 398436 | 448720 | 546544 | 591877 | 633671 |
| 6.0 | 140903 | 199539 | 254920 | 345700 | 400889 | 451353 | 539028 | 591891 | 637638 |
| 7.0 | 134134 | 199027 | 257459 | 340850 | 401293 | 454900 | 535505 | 591126 | 643582 |
| 8.0 | 131146 | 199745 | 261665 | 335577 | 400627 | 460375 | 532289 | 591173 | 647816 |
| 9.0 | 130739 | 200385 | 265108 | 332857 | 398694 | 463757 | 531064 | 590470 | 651822 |

Tab. 3: Area differences Δ of the corresponding components of neighboring interference orders

| I / A | Area difference Δ / Pixel | | | | | | Mittelwert |
|-------|---------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------|
| | Δ _{C4,C1} | Δ _{C5,C2} | Δ _{C6,C3} | Δ _{C7,C4} | Δ _{C8,C5} | Δ _{C9,C6} | |
| 3.0 | 200096 | 198646 | 201207 | 191476 | 194076 | 189628 | 195855 |
| 3.5 | 204256 | 200658 | 200379 | 188483 | 191603 | 187830 | 195535 |
| 4.0 | 200395 | 199244 | 201549 | 194761 | 193822 | 185284 | 195843 |
| 4.5 | 203297 | 198406 | 201472 | 193956 | 191883 | 187429 | 196074 |
| 5.0 | 206195 | 196779 | 200497 | 193849 | 193441 | 184951 | 195952 |
| 6.0 | 204797 | 201350 | 196433 | 193328 | 191002 | 186285 | 195533 |
| 7.0 | 206716 | 202266 | 197441 | 194655 | 189833 | 188682 | 196599 |
| 8.0 | 204431 | 200882 | 198710 | 196712 | 190546 | 187441 | 196454 |
| 9.0 | 202118 | 198309 | 198649 | 198207 | 191776 | 188065 | 196187 |

Tab. 4: Area differences δ of neighboring components of the same interference orders

| I / A | Area difference δ / Pixel | | | | | | Mean value |
|---------|----------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------|
| | $\delta_{C2,C1}$ | $\delta_{C3,C2}$ | $\delta_{C5,C4}$ | $\delta_{C6,C5}$ | $\delta_{C8,C7}$ | $\delta_{C9,C8}$ | |
| 3.0 | 32321 | 29150 | 30871 | 31711 | 33471 | 27263 | 30798 |
| 3.5 | 38710 | 34278 | 35112 | 33999 | 38232 | 30226 | 35093 |
| 4.0 | 41740 | 38595 | 40589 | 40900 | 39650 | 32362 | 38973 |
| 4.5 | 49321 | 40306 | 44430 | 43372 | 42357 | 38918 | 43117 |
| 5.0 | 55157 | 46566 | 45741 | 50284 | 45333 | 41794 | 47479 |
| 6.0 | 58636 | 55381 | 55189 | 50464 | 52863 | 45747 | 53047 |
| 7.0 | 64893 | 58432 | 60443 | 53607 | 55621 | 52456 | 57575 |
| 8.0 | 68599 | 61920 | 65050 | 59748 | 58884 | 56643 | 61807 |
| 9.0 | 69646 | 64723 | 65837 | 65063 | 59406 | 61352 | 64338 |

Tab. 5: Ratio δ / Δ of the area differences for different currents I or magnetic flux densities B , respectively

| I / A | B / T | δ / Δ |
|---------|---------|-------------------|
| 3.0 | 0.288 | 0.157 |
| 3.5 | 0.334 | 0.179 |
| 4.0 | 0.377 | 0.199 |
| 4.5 | 0.422 | 0.220 |
| 5.0 | 0.458 | 0.242 |
| 6.0 | 0.518 | 0.271 |
| 7.0 | 0.556 | 0.293 |
| 8.0 | 0.589 | 0.315 |
| 9.0 | 0.614 | 0.328 |